Ausführliche und deutliche
Anweisung
zur
Rational-Rechnung,
und der damit verknüpfften
Ausmessung und Abtheilung
des
Monochords,
Vermittelst welcher man
Die musikalische Temperatur,
So wie sie die heutige Praxis erfordert, welche allen, so mit der Musik, wie auch mit Orgel- und Instrument-Machen umgehen, zu verstehen so nöthig als nützlich,

So genau als es das Gehör zu fassen vermag, nicht nur auf unterschiedliche Arten ausrechnen, sondern auch bis auf ein Haar ausmessen, und folglich auf Orgeln und allerhand andere Instrumente bringen kan.

Nebst einer ausführlichen Nachricht
von dem neuen
Telemannischen Intervallen System.
Zu Beförderung reiner Harmonie, um mehrerer Deutlichkeit willen Gesprächs-weise gestellet und ans Licht gegeben

von
Georg Andreas Sorgen,
Gräfl. Reuß-Plauischen Hof- und Stadt-Organisten zu Lobenstein, und der correspondirenden Societät der musikalischen Wissenschafften in Deutschland Mitgliede.

Lobenstein,
Im Verlag des Verfassers. 1749.

Mus. th.
3234.

Sorge.

Js. 5926²

Ausführliche und deutliche

Anweisung

zur

Rational-Rechnung,

und der damit verknüpfften

Ausmessung und Abtheilung

des

Monochords,

Vermittelst welcher man

Die musikalische Temperatur,

So wie sie die heutige Praxis erfordert, welche allen, so mit der Musik, wie auch mit Orgel- und Instrument-Machen umgehen, zu verstehen so nöthig als nützlich,

So genau als es das Gehör zu fassen vermag, nicht nur auf unterschiedliche Arten ausrechnen, sondern auch bis auf ein Haar ausmessen, und folglich auf Orgeln und allerhand andere Instrumente bringen kan.

Nebst einer ausführlichen Nachricht

von dem neuen

Telemannischen Intervallen System.

Zu Beförderung reiner Harmonie, um mehrerer Deutlichkeit willen Gesprächs-weise gestellet und ans Licht gegeben

von

Georg Andreas Sorgen,

Gräfl. Reuß-Plauischen Hof- und Stadt-Organisten zu Lobenstein, und der correspondirenden Societät der musikalischen Wissenschafften in Deutschland Mitgliede.

Lobenstein,

Im Verlag des Verfassers. 1749.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Einige von guten Freunden eingeschickte Gedichte.

Ode:

An den T. S. Herrn Hof- und Stadt-Organisten Sorge in Lobenstein über die Ausgabe seiner Anweisung zur Rational-Rechnung.

1.

Beglückte Zeit! in welcher Künste
Und Wissenschafften herrlich blühn,
In der das forschende Bemühn
Der grösten Geister alle Dünste
Der alten Barbarey verjagt,
Das Licht der Wahrheit helle tagt;
Ja die Vernunfft recht ausgeklähret
Aus Uberzeugung denckt und schließt,
Und uns den sichern Grund gewehret
Auf welchen fest zu bauen ist.

2.

Vor allen ist recht zum Vergnügen
Und Reitzung schönster Ruh und Lust
In aller Menschen frohen Brust
Die Ton-Kunst in die Höh gestiegen;
Den reinen Satz der Harmonie
Belebet nun die Melodie
Durch zärtlichste Veränderungen;
Wie wird so bald der Schall sich regt,
Und durch die Lufft im Ohr erklungen,
Das Hertz zur Leidenschafft bewegt!

3.

Ihr grösten Meister in dem Setzen,
Graun, Hasse, Hendel, Telemann.
Hört man von euch ein Singspiel an,
Folgt ein bezauberndes Ergötzen:
Wie reizend wuste Kayser nicht
Durch seine Lieder das Gesicht
Jetzt Thrän- jetzt Freuden- voll zu machen;
Wer rühmt nicht Hurlebusches Fleiß?
Und die Geschicklichkeit der Bachen
Behält den wohl-verdienten Preiß.

4.

Der Ordnung und den Grund von Tönen
Hat Mattheson zu unsrer Zeit
Der tiefen Einsicht Pfand geweyht
Ihr Musen eilet ihn zu krönen! (*)
Was Kuhnau, Fux und Neidhart schrieb,
Und was noch Scheibens edlen Trieb
Erweckt, nebst Heinchens klugen Lehren;
Was Printz gethan und Mizlers Kiel
Muß aller Deutschen Ruhm vermehren,
Erhöhet aller Saiten-Spiel.

5.

Selbst die, so von Academien
Gekrönter Häupter Glieder sind,
Und man im Forschen eifrig findt,
Sieht man um Töne sich bemühen:
Wie scharf gedencket Eulers Geist,
Der das was man erschallen heist
Der Körper Stoß, der Lüffte Pressen
Durch die Erfahrung, die nicht trügt,
Nach Maaß und Zahlen abgemessen,
Wodurch der Klang sein Wesen kriegt.

6. Hoch-

6.

Hochwerther Sorge Dein Bestreben
Da Du nicht ohne Nutz und Frucht
Die Ton-Kunst fleißig untersucht,
Muß Dir verdienten Nachruhm geben:
Dein Vorgemach nebst diesem Werck
Sey unsrer Jugend Augenmerck;
Der so sie lieset wirds verspůren.
Was Deutlichkeit und Einsicht ist,
Hast Du recht gründlich auszuführen
Die schönst- und besten Sätz erkiest.

7.

Des Himmels Beystand Gnad und Seegen
Beglücke Dich in allen Thun,
Laß Deine Hand nicht stille ruhn
Noch manche Schrifft an Tag zu legen,
Wodurch der Ton-Kunst Wissen steigt,
Und aller Hertzen zu sich neigt.
Des Tadlers Gifft kan dir nicht schaden;
Die Wahrheit nimmt sich Deiner an.
Denn was Du schreibst ist wohl gerathen.
Machs einer besser, wenn er kan!

(*) Man gönnet Herrn Mattheson gerne das Lob, daß Er viel Gutes von der Musik geschrieben. Es erfordert aber die Wahrheit und das Wachsthum der musikalischen Wissenschafften, daß man auch anzeige wo Er gefehlet hat, welches in diesem Buch an etlichen Orten geschehen; Und dieses darf sich kein Schrifftsteller verdriessen lassen.

Johann Georg Hofmann,
Organist an der Haupt-Kirche
zu Maria Magdalena in
Breßlau.

* * *

Erfahrner Sorge! Deine Sorgen
Sind nur auf die Music gericht;
Du darffst von andern nichts erborgen,
Du hast in Dir selbst Witz und Licht.
Die Ton-Kunst künstlich zu verbessern,
Giebst Du viel Gutes an die Hand;
Wer solte nicht Dein Lob vergrössern?
Ist Deine Sorg ihm nur bekannt.
Nun sorge ferner vor die Ehre,
Die billig der Musik gebührt,
Erkläre denen manche Lehre,
So die Unwissenheit verführt,
Und bahne mit gewohnten Fleisse,
Noch neu're Weg' auf alten Grund,
So wird mit nie verloschnem Preisse,
Der Nach-Welt auch Dein Nahme kund.

Mit diesen wenigen suchte die lobenswürdige Arbeit des gründlichen Herrn Verfassers nur einiger massen schuldigst zu erheben, und empfahl sich Seiner Freundschafft

Geschrieben den 18. Jul. 1749.

Johann Ernst Scheffel,
Cantor in Friedrichstadt an Dreßden.

Nimm

* * *

Nimm hin von treuer Hand ein Lob so Dir gebühret,
Weil Dein Bemühn, mein Freund! uns insgesammt ergetzt;
Da Klugheit und Verstand Dir Deine Feder führet,
So bleibet auch Dein Ruhm gewißlich unverletzt.

O! saget mir nicht vor mit grossen Prahlereyen,
Wie der und jener viel in einer Kunst gethan,
Nein! diesen sucht man nur mit Lobe zu bestreuen,
Der Witz und Weißheit fühlt, und solche zeigen kan.

Recht bleibt doch immer Recht! Kunst kan sich lassen sehen;
Wer lehrt die Harmonie und Stimmung als wie Du?
Deßwegen wird Dein Ruhm zu keiner Zeit vergehen,
Die Nachwelt wirfft Dir schon die Lorbeer-Blätter zu.

Getrost! erfahrner Mann! des Neiders Läster-Zunge
Die noch so frevelhafft, kan Dir nicht schädlich seyn;
Denn manche Tonart, die vorhin gar übel klunge,
Wird nun nach Deinem Rath recht lieblich schön und rein.

Ein solcher Mann wie Du, verdient daß man Ihn ehret;
Und darum setz ich Dir zum Denckmahl diese Schrifft:
Deß Ruhm bleibt ewig stehn, der andre weißlich lehret,
Weil er die rechte Bahn zum Ehren-Tempel trifft.

Aus treuen und ergebenen Hertzen setzte dieses, dem Herrn Verfasser dieses Buchs,

Johann Ludwig Backhaus,

Organist zu St. Augustini und St. Margarethen in Gotha.

Inhalt.

Einleitung - - Seite 1.
I. Lection von den Verhältnissen der Intervallen, deren Geschlechten und Benennung. 20.
II. Lection, vom Monochord. 63.
III. Lection von der Addition der Verhältnisse. 70.
IV. Lection von der Subtraction der Verhältnisse 83.
V. Lection von der Theilung der Verhältnisse. 118.
VI. Lection von der Multiplication der Verh. 126.
VII. Lection von der Berechnung und Abmessung einer Temperatur. 131.
VIII. Lection von der würcklichen Ausübung der durch die Rechen- und Meß-Kunst erlangten Theorie von der Temperatur. 196.
IX. Lection von dem Intervallen System des Herrn Capellmeister Telemanns 200.
X. Lection von der logarithmischen Rechenkunst 238.
XI. Lection von der Berechnung der rational-gleichen Temperatur nach der logarithmischen Rechenkunst, nebst einer Anweisung zur Extraction der Quadrat- und Cubic-Wurtzel, und Anleitung wie solche bey Berechnung der rational-gleichen Temperatur anzuwenden. 263.
Herrn Cämmerer Breitfelds Berechnung der rational-gleichen Temperatur per numeros logarithmicos. 294.
Eben desselben Berechnung einer bey nahe rational-gleichen Temperatur durch Combinirung der Quinten- und Quarten-Circkel. 296.
Eben desselben geometrische Vertheilung des Commatis ditonici in 12. ingleichen der Diesis in 3. und des Excesses 648 : 625 in 4. gleiche Verhältnisse, nebst deutlicher Anweisung wie solche nach Herrn Neidhardts Methode bey Berechnung der rational-gleichen Temperatur anzuwenden. 299. seqq.

Einleitung.

§. 1.

Es ist die Lehre von der musikalischen Temperatur nicht nur allen so mit Orgeln und dem Claviere zu thun haben, als Organisten und Clavicymbalisten, Orgel- und Instrumentmachern, sondern auch allen andern die mit dem Singen und allerhand andern Instrumenten, sonderlich mit Lauten, Harffen, Citharen, Bein-Violen ꝛc. umgehen, eine so unentbehrliche Wissenschafft, daß keiner sich den Nahmen eines Musikus mit vollen Recht zueignen kan, der darinnen unerfahren.

§. 2. Von einem Capell- oder Concert-Meister versteht sichs ohnehin, daß er in dieser mathematischen Wissenschafft wohl beschlagen seyn müsse. Denn ist ers nicht, so wird es bey seinen Musiken

um die Reinigkeit der Harmonie mißlich stehen, und mancher falscher Ton dabey mit unterlauffen, der sonst wohl zurücke bleiben würde.

§. 3. Die Violinisten, die nichts davon verstehen, verrathen ihre Unwissenheit gleich bey der Stimmung ihrer Geigen; denn es ist ihnen wenig daran gelegen, ob alle ihre e a d g in den reinesten Einklange überein lauten, oder nicht. Ein jeder stimmet seine Geige nach seinem Gutdüncken, und wenn man genau zu höret, so sind offtermahlen unter 6. und mehr Geigen nicht zwey vollkommen übereinlautend gestimmet, geschweige behörig temperiret. Ist ein Clavicymbel oder ander Clavier-Instrument vorhanden, so ist nöthig daß solches vor allen andern Instrumenten nach der besten Temperatur gestimmet werde. Ist dieses geschehen, so solten nicht nur die blosen Saiten der Violinen, Violen, Baß-Geigen ꝛc. sondern alle Intervalle und Klänge derselben so gestimmet und genommen werden, wie sie das Clavier gibt. Ob aber dieses geschähe, erfähret man gleich wenn Stücke aus dem bE, F, B &c. vorkommen.

§. 4. Greifft ein in der Temperatur unerfahrner Violinist zu seinem d̄ die Sext b̄, so nimmt er insgemein das b zu hoch, weil er meynet, es müsse diese Sext vollkommen reine seyn, da sie doch nach der besten Temperatur ein Drittheil der Diesis 128 : 125 abwerts schweben, und folglich das b̄ ein klein wenig niedriger muß gegriffen werden.

Dies

Dieses paßiret denn auch gemeiniglich bey den Sexten g $\overline{be}$ und $\overline{a}$ $\overline{\overline{f}}$; ingleichen bey den Terzen b $\overline{d}$ $\overline{f}$ $\overline{a}$, $\overline{c}$ $\overline{e}$ &c. da sie nemlich bey den ersten, be und f, bey den letzten, b und f zu hoch greiffen.

§. 5. Da spricht denn auch wohl mancher: Auf der Geige kan man diese Intervalle vollkommen rein haben, aber auf dem Clavier nicht; Warum soll ich sie dem Clavier zu Gefallen falsch greiffen? Allein die guten Herren wissen und verstehen nicht was die vermeynten gantz reinen Intervalle vor Falschheit und Unreinigkeit anrichten, wenn es an die Verbindung und Abwechselung der Consonanzen gehet. Z. E. Einer wolte die Quint $\overline{d}$ $\overline{a}$ vollkommen rein stimmen; zu dem $\overline{a}$ wolte er abwärts die Quart $\overline{e}$ und zu diesem $\overline{e}$ wieder eine gantz reine Quint $\overline{h}$ greiffen, so würde dieses $\overline{h}$ zu $\overline{d}$ ein gantzes Comma 81 : 80 zu hoch seyn. Hier stehet die untrügliche Probe:

3 : 2		$\bar{d}$	$\bar{a}$
3 : 4		$\bar{a}$	$\bar{e}$
9 : 8			
3 : 2		$\bar{e}$	$\bar{h}$
27 : 16			
3 : 5		$\bar{h}$	$\bar{d}$
81 : 80			

Wolte er nün gleich das $\bar{d}$ um ein Comma durchs Greiffen erhöhen, so würde dieses erhöhete $\bar{d}$ doch zu $\bar{g}$ und a wieder ein solches Comma zu hoch seyn. Ein Intervall aber das ein gantzes Comma zu hoch oder zu tief ist, können delicate Ohren nicht leiden, am allerwenigsten bey Quinten und Quarten. Also müssen die Violinisten temperiren, sie mögen wollen oder nicht. Sie thun es auch, gleich wie die Sänger, und wissen es selber nicht, und gleichwohl trotzen sie auf reine Tertzen und Sexten, und wollen sich nicht an das Clavier kehren.

§. 6. Will man auf Geigen und Pfeiffen die Klänge nicht just so nehmen, wie sie ein behörig temperirtes Clavier gibt, so lasse man das Clavier lieber gar weg, denn es kan so dann ohne Mißklang nicht abgehen, und die keusche Harmonie wird genothzüchtiget.

§. 7. Da

§. 7. Da man aber dennoch temperiren muß, man habe ein Clavier dabey oder nicht; so ist ja am vernünfftigsten gehandelt, wann man sich mit dem Clavier vereiniget, und sonderlich die grossen Tertzen und Sexten etwas aufwerts, die kleinen Tertzen und Sexten aber etwas abwerts schweben läßt. Dieses thut der reinen Harmonie keinen Schaden, wohl aber der Eigensinn bey vermeynten gantz reinen Intervallen.

§. 8. Ich sage hier mit Bedacht: bey vermeynten gantz reinen Intervallen, sonderlich Tertzen und Sexten; denn gantz reine Tertzen und Sexten, welche gar nicht schweben thun lange die gute Würkung nicht, die behörig temperirte thun. Sie klingen zu ungesaltzen, und schläffern die Zuhörer eher ein, als daß sie solche aufwecken solten. Dahero verdienen behörig temperirte Intervalle den Nahmen, reine Intervalle, eher als die mathematisch reinen 3 : 2. 4 : 3. 5 : 4 : 8 : 5. 6 : 5. 5 : 3. Denn sie sind ein mahl bey der Fortschreitung von einem harmonischen Satze in mehrere unbrauchbar, und bleibens auch weil die Welt stehet.

§. 9. Merckwürdig schreibt hiervon Herr Capellmeister Neidhardt in seiner Sectione Canonis im Vorbericht: „Will jemand reine singen, z. E. „c : f : d : g, so ist die Quinte c : g schon „ein gantzes Comma zu niedrig, weil

„4 : 3. 5 : 6. 4 : 3 = 40 : 27 = 3 : 2. 80 : 81.

„diesen Fehler zu bemänteln, temperiren wir von „Natur, doch nur ad sensum, wir setzen nemlich „den gedachten 3. interuallis, NB. ohne dran zu

„ dencken, etwas zu, damit die Quinte leidlich wer„de: eben als wie die Kinder, ihnen selbst unwis„sende, die Hände vorschlagen, wenn sie fallen.

§. 10. Nicht nur die Sänger, sondern auch die Violinisten und Pfeiffer allerhand Art temperiren von Natur, ohne daß es mancher weiß. Das heißt: Sie nehmen ihre Quinten, Quarten, Tertzen und Sexten unter der Modulation und Fortschreitung von einem Intervall zum andern nicht in der höchsten Reinigkeit, sonderlich nehmen sie die grossen Tertzen so bey dem Cadentzen vorkommen, als h ✕ d wenn man ins E, und e ✕ g wenn man ins A schliesset ꝛc. scharff genug, und offt mehr als zu scharff, nur die grossen Tertzen im Anfang oder Ende wollen sie dem Clavier zu trotze offtmahls gantz reine haben.

Ja ihr lieben Herren! verlanget doch auch, daß es nicht Winter werde, sondern immer Sommer bleibe!

§. 11. Da nun Sänger, Geiger und Pfeiffer von Natur, und ohne daß mancher weiß, temperiren; warum wollen sie sich nicht nach einem behörig temperirten Clavier richten, da doch dieses sich nicht so plötzlich verändert, sondern viel länger rein gestimmet bleibt als eine Geige?

§. 12. Die Geigen, daß ich der Pfeiffen, als Flöten und Oboen, jetzo geschweige, haben die Art oder vielmehr Unart, daß, wenn man sie aus der feuchten oder kalten Lufft in ein Zimmer bringet, welches durchs einheitzen erwärmet ist, sie sich fast alle Minuten verstimmen, so lange bis sie der warmen

men Finger und Lufft gewohnen. Sind sie auch gleich in dem Zimmer, oder Orte, wo man sie braucht, schon vor der Musik gewesen, so werden sie doch durch das Angreiffen mit warmen oder gar schwitzenden Händen gleich wieder verstimmet. Nochmehr verstimmen sie sich, wenn man sie aus einer warmen Stube in eine kalte Kirche bringet, und hernach mit warmen Händen angreifft.

§. 13. Bey so bewandten Sachen, die nicht zu läugnen, und auch nicht so gleich zu ändern, verstimmet sich also eine Geige, Pfeiffe, Trompete 2c. viel eher, als ein Clavicymbel. Wollen nun ihre Meister so eigensinnig seyn, und sich weder mit stimmen noch greiffen nach dem Clavier richten, so kan es nicht anders kommen, als daß die keusche Harmonie mit Gewalt zur Huren gemacht wird. Gehet aber einer Musik die reine Harmonie ab, so mag gleich die Melodie noch so köstlich seyn, so wird sie doch schlechte Würckung thun, und schlecht gefallen. Sie ist alsdenn wie ein wohlgebildeter Mensch, der aber in zerrissenen Lumpen und ungewaschen einher gehet. Da ist wohl seine gute Bildung noch hoch zu achten, allein da sie durch Unsäuberkeit und zerrissene Lumpen so verdunckelt und geschändet wird, kommt sie in keine rechte Betrachtung. Vielmehr wird ein auch nur mäßig schöner Mensch gefallen, wenn er sich reinlich hält. Eben so ist es mit der Musik beschaffen. Die Melodie ist der Leib, die Harmonie, oder die harmonische Vollstimmigkeit aber das Kleid.

§. 14. Ich nehme hier das Wort Harmonie

in weitläufftigen Verstande, so wie es Herr Mattheson nimmt. In engen Verstande aber ist die Harmonie die glückselige Mutter, die ein so schönes Kind, als die Melodie ist, (verstehe schöne und gute, denn es kan auch Mißgeburthen geben) zur Welt bringt, denn wäre keine Harmonie, so wäre auch keine Melodie.

§. 15. Darum ihr Herren Violinisten, und andere Instrumentalisten, nehmet die Sache des Reinstimmens und Greifens nicht so auf die leichte Achsel! Meynet nicht, wenn ihr eure Stücke nur in höchster Geschwindigkeit könnet hören lassen, und treffen könnet, so sey es schon gut. Nein, das ist nicht genug; Reine, wohl temperirte, das ist, gewürtzte Harmonie müsset ihr unter und mit einander machen, und mit dem wohlgestimmten Claviere fein eins seyn, sonst ist eure Kunst mehrentheils verdorben; sie hat sich nicht gewaschen, und auch nicht reinlich gekleidet. Ist ein Clavier oder Orgel vorhanden, so könnet ihr mit Recht fordern, daß sie behörig gestimmet und temperiret werden; allein hernach müßt ihr euch alle auch fein darnach richten. Alsdenn dürfft ihr nicht sagen: wir können manches Intervall gantz rein hören lassen, und brauchen es nicht schweben zu lassen, wie das Clavier thun muß, derohalben nehmen wir rein was wir rein haben können, und kehren uns nicht an das Clavier. Ja! einzeln könnet ihr manches gantz rein hören lassen, z. E. g $\overline{\text{be}}$, $\overline{\text{d}}$ $\overline{\text{b}}$, $\overline{\text{a}}$ $\overline{\overline{\text{f}}}$, b $\overline{\text{d}}$, $\overline{\text{f}}$ $\overline{\text{a}}$, $\overline{\overline{\text{c}}}$ $\overline{\overline{\text{e}}}$ &c. Aber schreitet weiter

mit gantz reinen Intervallen, gehet von einem Satze zum andern, so werdet ihr bald hören, daß das Gehör gantz reine Intervalle in der Verbindung nicht gebrauchen, ja nicht leiden kan.

Ja ihr könnet und dürffet ja nicht einmahl eure 3. Quinten g d a e recht vollkommen reine stimmen, wollet ihr anders zu g eine reine Quart $\bar{c}$, und zu diesem $\bar{c}$ eine reine Tertz $\bar{\bar{e}}$ kriegen; denn ist g $\bar{d}$ $\bar{a}$ $\bar{\bar{e}}$ vollkommen ohne alle Schwebung rein, so macht das $\bar{\bar{e}}$ mit g Sextam maj. commate abundantem aus.

Nun kan zwar eine grosse Tertz wohl ein Drittheil Diesis, als etwas 125 : 126. keinesweges aber ein gantzes Comma 81 : 80. vertragen; wenn man nun gleich dieses, als das grösseste Drittheil Diesis (126 : 127, und 127 : 128 sind was kleiner:) vom Commate abziehet, so bleibet doch noch ratio 2025 : 2016, oder ein Drittheil Commatis übrig, um welches das $\bar{\bar{e}}$ zu hoch wird, wenn die 3. Quinten auf der Geige vollkommen rein sind.

§. 16. Ein Violinist, der dieses verstehet, richtet sich also nach einem wohl gestimmten Clavier, weil er von der Nothwendigkeit der Temperatur vollkommen überzeuget ist. Er ist nicht eigensinnig, und strebet nicht wider den Strom, sondern unterwirfft sich den Gesetzen der Natur, als welche

überall die Temperatur in acht nimmt, gantz willig, und zwar zu seinem grossen Vortheil. Ein anderer aber, der die National-Rechnung nicht verstehet, ist schuldig sich hierinnen erinnern und sagen zu lassen, oder aber was bessers darzuthun, und zu behaupten; welches er aber nimmermehr wird thun können.

§. 17. Ist nun die Wissenschafft der Temperatur denen Geigern und Pfeifern unentbehrlich; so kan sie gewiß ein Clavieriste, er spiele nun die Orgel oder ein ander Clavier, noch vielweniger entrathen.

§. 18. Betrachte ich einen Organisten, so hat derselbe es freylich besser als ein Clavicymbaliste; Denn ist eine Orgel einmahl behörig temperiret und gestimmet, so stehet sie eine gute Zeit, bis sie des Stimmens wieder nöthig hat, und man darff nur die Labien der kleinen Pfeifen von Fliegen, Spinneweb und Staube fleißig säubern, so werden sie, wenn sie Anfangs tüchtig gemacht und gestimmet sind, wenig Stimmens nöthig haben.

§. 19. Hat aber ein Organist das Unglück, daß seine Orgel Anfangs nicht behörig temperiret ist, so ists ihm allerdings eine Schande, wenn er wegen Unwissenheit in der Temperatur darzu immer stille schweiget, und nicht darauf dringet, daß seine Orgel besser, und nach der neuen Art temperiret und gestimmet werde. Und gewiß: verstehet er die Temperatur aus dem Grunde, und kan solche berechnen, und auf ein Monochord tragen, so wird er nicht ruhen, bis seine Orgel recht temperirt und ge-

stim-

stimmet ist, weil sie ihm nach der alten Art, da gemeiniglich die Quinte ✕g ✕d unleidlich über sich schwebet, und das Wesen einer Quinte gar verlieret (als welches das untrügliche Kennzeichen einer falschen Temperatur ist) gar schlechtes Vergnügen geben kan.

§. 20. Gibt es den Fall, daß an einem Orte eine neue Orgel soll erbauet werden, und ein Organist verstehet die Temperatur nicht, so muß er sichs gefallen lassen, der Orgelmacher stimme wie er will und kan. Merckt er auch gleich, daß die Stimmung nicht zum besten gerathen, und kan es dem Orgelmacher nicht behörig mathematisch vor Augen und Ohren legen, wo er gefehlet hat, so wird ihn der Orgelmacher bald übern Tölpel werffen, und ihm unter den Barth sagen: Herr! ihr verstehet das Ding nicht. Bekümmert ihr euch ums Spielen und nicht ums Stimmen; wenn ihrs besser verstehet, als ich, so bauet und stimmet ihr die Orgel. Denn diese Herren besitzen insgemein einen starcken Eigensinn, und es ist fast leichter einen Juden zu bekehren, als einen Orgelmacher, der den Zusammenhang der 24. Ton-Arten nicht verstehet, was die Temperatur betrifft, auf andere und bessere Meynung zu bringen, wovon künfftig ein mehrers.

§. 21. Da solte nun freylich der Organiste über den Orgelmacher, als wie ein Doctor der Medicin über den Apothecker den Rang behaupten, und den Orgelmacher zu rechte weisen können. Werckmeister war ein solcher. Sein Nachfolger Meckenheuser auch, und es mag wohl noch hier und

dar einige geben; allein ihre Anzahl ist, gegen die Menge derer so nichts rechts von der Temperatur verstehen, sehr klein.

§. 21. Sehe ich einen Clavicymbalisten an, so muß freylich sein Instrument die Veränderung der Jahrszeiten, der Hitze, der Kälte, des Regens und trockenen Wetters weit mehr innen werden, als eine Orgel, und er hat bey nahe wöchentlich ein- wo nicht mehr mahl sein Instrument rein zu stimmen, wenn ers anders recht kan, und nicht zu faul und nachläßig darzu ist. Verstehet er nun weiter nichts von der Temperatur, als daß er etwann zur Noth weiß, daß er die Quinten nicht vollkommen rein stimmen darf, so wird er Noth und Arbeit genug damit haben, und alle mahl noch zwey und mehr mahl so lange mit den Stimmen zu bringen, als einer der die Temperatur aus dem Grunde verstehet, solche berechnen und geometrisch aufs Monochord tragen kan. Und wenn er meynet seinen besten Fleiß dran gewendet zu haben, so wird es doch bald hie bald da fehlen.

§. 22. Daher geschicht es denn hernachmahls auch, daß die Violinisten, Traversisten und Oboisten sich wenig um eines solchen Clavicymbalisten sein Clavier kehren, und nach ihren Gefallen stimmen und greifen, es mag hernach mit dem Clavier zutreffen oder nicht. Da muß das arme Clavicymbel mehrentheils verdeckt bleiben, damit es ja nicht etwa vorsteche, und verrathe, daß es mit denen Sängern, Geigern und Pfeifern in schlechter Harmonie stehe.

§. 23. Kurtzum: Will man bey der Musik Orgel und Clavier haben, so stimme man sie nach der besten Temperatur, und der Musik-Director halte Sänger und alle andere Instrumentalisten dahin an, daß sie ihre Intervalle dem Clavier gemäß formiren, und auf dasselbe fleißig hören. Einmahl müssen sie temperiren, sie mögen wollen oder nicht, das Clavier mag dabey seyn oder nicht, wie oben erwiesen. Sie thun es auch öffters, ob sie schon nichts davon wissen. Derowegen thun sie alle am gescheutesten, wenn sie sich nach einem wohl temperirten Clavier richten, und dem Laufe der Natur, als welche, wie gesagt, in allen Dingen die Temperatur in acht nimmt, sich gemäß bezeigen. Alsdenn ist ihnen das Clavier ein gewisser und sicherer Compaß, der ihnen den Weg zeiget, daß sie nicht von einander verstreuet werden, und an gefährliche Klippen und Sandbäncke anstossen.

§. 24. Der fromme, redliche und gelehrte Werckmeister schreibet hiervon in seiner Temperatur p. 70 gar gründlich und schön also: „Darum „hat es GOtt so weißlich geordnet, und unser Ge„müth also zugerichtet, daß es mit einer guten „Temperatur zufrieden ist: ja, GOtt hat alles, „was in der Natur ist, in die Temperatur gesetzt, „warum wolten wir dieselbe aus der Musik ver„bannen und verwerfen, zumahl da es nicht anders seyn kan.

§. 25. Der Herr Capellmeister Neidhardt ist gleicher Meynung, wenn er in seiner besten und leichtesten Temperatur p. 27. also schreibet: „Es

„blei-

„bleibet ausgemacht, daß es wider alle Gründe „der Natur laufe, eine reine (verstehe mathema„tisch reine) Scalam Diatonico-Chromaticam „zu wünschen, geschweige zu haben. Man kan „ja die Diatonicam (da nur 7. Intervallen in „der Octav sind) nicht einmahl reine haben, wel„che man doch, bey Erfindung einer Diatonico-„Chromaticæ zum Grunde setzen muß.

§. 26. Herr Neidhardt will allhier so viel sagen: Die diatonischen Klänge c d e f g a h c haben. 6. grosse Quinten, nemlich 1. c g. 2 d a. 3. e h. 4. f c. 5. g d. 6. a e. Will man nun 5. davon gantz rein haben, so muß die sechste nothwendig um das Comma 81 : 80 kleiner seyn als die andern 5, oder die Tertzen c e, f a, und g h werden alle um ein Comma zu groß. Um nun die Tertzen nicht alle zu verderben, muß d a eine Quint, welcher ein Comma mangelt, seyn, im Fall, da man nemlich die grossen Tertzen rein haben will. Daß ich der kleinen Tertz d f, der Quart a d, und der Septimen g f, h a und d c in diesem Klang-Geschlechte geschweige. Siehe Neidhardts Temperatur p. 23. und 24.

§. 27. Daher muß auch so gar ein Harfenist, der nur 8. Saiten innerhalb der Octav hat, temperiren, will er anders seine 7. Intervallen brauchbar machen. Denn wolte er die Triaden c e g, g h d, und f a c vollkommen rein machen, so würde die Quinte d a um das Comma 81. 80. zu klein seyn. Hier stehet die Probe:

3	:	2	c	g
3	:	4	g	d
9	:	8	grosser Ton.	

Ferner:

4	:	3	c	f
5	:	4	f	a
20	:	12		
4) 5	:	3	grosse Sext.	

Den grossen Ton von dieser Sext abgezogen, bleibt Quinta commate deficiens zurück:

5	:	3	f	a
8	:	9	c	d
40	:	27	d	a Quinta comm. def.

Setzt man das Comma hinzu, so wird die Quinta wieder rein. Z. E.

40	:	27
81	:	80
40		. . .
320		. . .
324|0	:	216|0
108) 3	:	2,

§. 28. Ziehet man dieses alles in gnugsame Betrachtung, so wird man leicht überzeuget werden, daß niemand der von der Musik Profeßion macht, er componire, dirigire, singe, spiele, geige oder pfeife, die Wissenschafft der musikalischen Temperatur entrathen könne.

§. 29. Endlich muß nun auch wohl von den Orgel- und Instrumentmachern etwas sagen. Da möchte vielleicht mancher dencken: O! diesen muß man die Temperatur nicht lehren; diese Herren gehen ja täglich damit um, und diese Wissenschafft ist ihnen so nöthig als dem Componisten die Feder und Rastral. Ihre Windladen und deren Abtheilungen, sonderlich die Cancellen und Wind-Vertheilung, das mensuriren der Pfeiffen und ihrer Labien, die Resonantz-Böden, die Stege auf denselben, und was dazu gehöret, sind lauter Dinge, die sich auf die harmonicalische Rechen-Kunst, und auf die musikalischen Verhältnisse gründen; dahero werden diese Leute in der Temperatur nicht unerfahren seyn. So solte es seyn, und rechte ächte und gute Künstler unter ihnen gestehen auch gern, daß ihnen der Rational-Circkel den Weg zeige, und daß rechte Maaß gebe in allen was sie nur vor die Hand nehmen: Allein, gleichwie nicht alle Köche sind die lange Messer tragen; so sind auch nicht alle Orgel- und Instrumentmacher in der Temperatur so erfahren wie sie solten, ob sie wohl täglich damit umgehen, sondern viele unter ihnen arbeiten nach ihren von ihren Meistern überkommenen Mensuren, ohne daß sie im Stande wären

zu

zu untersuchen, ob sie auch die Probe eines tüchtigen mathematischen Maaßstabes aushielten; wie davon so manches kostbares Orgelwerck und Instrument hie und da zeugen muß, als welche nur gar zu deutlich die Unwissenheit ihrer Meister in der Temperatur verrathen.

§. 30. Zwar einige wollen davor gehalten seyn, daß sie die gleichschwebende, oder eine andere ihr nahe tretende Temperatur gar wohl treffen, und ihre Instrumente darnach stimmen könten, welches man einigen auch wohl zutrauet; aber sie halten davor: Es sey nicht rathsam nach einer solchen Temperatur zu stimmen; Das Gehör könne sie nicht leiden. Es sey besser man mache nur die Helffte oder zwey drittheil der Tonarten brauchbar, und so rein als möglich, als daß man sie alle solte verderben, und zu scharff machen. Das ist eben ihr falscher Grundsatz, der ihnen widerleget werden muß, will man sie anders eines bessern überführen.

§. 31. Dieses kan nun nicht anders als durch die harmonicalische Rechen-Kunst, und durch ein nach derselben abgetheiltes Monochord, nebst dem Beweiß von der Nothwendigkeit aller 24. Tonarten bey heutiger Praxi geschehen.

§. 32. Der in diesem Büchlein enthaltene Unterricht zielet nun dahin, und wird, wenn sie anders nicht halsstarrig seyn wollen, auch gnugsam seyn, sie von der Wahrheit in diesem wichtigen Puncte, woran die Reinigkeit der keuschen Harmonie hänget, zu überzeugen.

§. 33. Wollen sie auch gleich solchen aus Eigensinn nicht annehmen, so wird doch mancher Organist und Clavicymbalist dasjenige darinnen finden, was ihm in dieser ihm zu wissen so nöthigen Sache noch abgegangen. Wollen sich auch einige unter diesen Herren zu klug düncken, aus diesem Büchelgen etwas zu lernen, denn da wird es vielleicht bey manchen heissen: Wie solte uns dieser lehren was gut ist? so wird doch hoffentlich manch lehrbegieriges Gemüth von jungen Leuten drüber kommen, und dadurch angereitzet werden, dasjenige durch eigenen Fleiß zu erlernen, was ihm vielleicht seine Lehrmeister weder lehren können, noch wollen. Um dieser willen habe ich auch diese Anweisung als ein Gespräch abgefasset.

§. 34. Diese Anweisung wird sich nun von der bereits anno 1744. herausgegebenen gar sehr unterscheiden, weil darinnen nicht nur die Lehre von dem Verhalt der Intervallen zur Gnüge vorgetragen, sondern auch hinlängliche Anweisung gegeben wird, eine Temperatur zu berechnen, und aufs Monochord zu tragen.

§. 35. Ich weiß gewiß: Viele werden des berühmten Neidhardts Schrifften von der Temperatur besitzen, aber wenig davon verstehen. Welchen nun daran gelegen ist, einen gnugsamen Verstand von der Sache zu haben, die werden in diesem Büchlein hinlängliche Anleitung dazu bekommen.

§. 36. Würden die musikalischen Wissenschafften auf hohen Schulen getrieben, so würde man

dergleichen einfältige Anweisungen nicht nöthig haben: Da es aber zur Zeit noch nicht geschicht, so muß man sich nach den dermahligen Umständen richten; Vielleicht wirds mit der Zeit besser.

§. 37. Wer sich nun diese Anweisung recht zu Nutze machen will, der muß zum wenigsten in der gemeinen Rechenkunst ein wenig multipliciren und dividiren, nebst der Regel de tri gelernet haben. So viel aber lernet man ja wohl in den niedrigsten Schulen. Wer aber dieses nicht kan, der wird sich doch nicht drein zu finden wissen, ob es auch gleich noch so teutlich gegeben ist. Hat es aber mit dieser Erforderniß seine Richtigkeit, so wird es leicht seyn, nicht nur dieses Gespräch, sondern auch andere hievon handelnde Bücher zu verstehen.

§. 38. Wohlan denn! wie möchte denn wohl ein Musicus theoreticus mit seinem lehrbegierigen Schüler von der Temperatur sprechen?

Ausführliches

Gespräch

Eines Musici theoretici mit seinem Schüler von der Temperatur.

Erste Unterredung oder Lection.

Von den Verhältnissen der Intervallen, deren Geschlechten und Benennung.

Lehrmeister.

MEin geliebter Schüler! nachdem du nun in der practischen Musik so ziemlich mit fort kommen kanst; so ist es nun Zeit, dir auch in den theoretischen Wissenschafften derselben, und zuförderst von der Temperatur und Stimmung Anweisung zu geben.

Schüler.

Das ist mir sehr lieb mein Hochgeehrtester Herr Magister! denn ob ich wohl so ziemlich auf dem Clavier spielen kan, so bin ich doch noch nicht im Stande mein Clavier so zu stimmen, daß es aus allen Tonarten gut klänge. Und da ich höre daß

so

so viel Bücher von der Temperatur geschrieben sind, so möchte ich gerne davon unterrichtet seyn. Denn mich düncket, es sey ein ungereimter Handel, das Clavier spielen können, und es doch nicht recht zu stimmen wissen. Daher bitte um Erlaubniß zu fragen, wodurch man zu der Wissenschafft der Temperatur gelange?

Lehrmeister.

Wilst du die Temperatur recht verstehen lernen, so must du dich in der harmonikalischen Rechenkunst ein wenig umsehen, und mit der Geometri so weit bekannt machen, daß du ein Monochord abtheilen könnest. Diese beyden Wissenschafften können dich nicht nur von dem Verhalt der Intervallen, sondern auch von der Temperatur gantz deutlich unterrichten. Die erste überzeuget den Verstand, die andere macht den Verhalt der Intervallen sichtbar, und bringt ihn vermittelst klingender Werckzeuge vor das Gehör, als welches ohne Beyhülffe dieser klugen Rathgeberinen leicht auf Irrwege geräth, und auf unmöglich Dinge verfällt, in dem es offt mehr verlangt als die Müglichkeit zu läßt.

Schüler.

Was ist die harmonikalische Rechenkunst?

Lehrmeister.

Die harmonikalische Rechenkunst ist eine

Wissenschafft, die Verhältnisse der musikalischen Intervallen genau zu bestimmen, von einander zu unterscheiden, einzutheilen, in Ordnung zu setzen, zusammen zu bringen, von einander abzuziehen, zu vervierfältigen, zu theilen, zu verbinden, zu vergleichen, und vermittelst aller dieser Arten musikalische Wahrheiten zu erfinden.

Schüler.

Was ist ein Intervall?

Lehrmeister.

Hierauf antwortet Herr Mattheson gar wohl in seinem Kern melodischer Wissenschafften, wenn er schreibet: „Ein Intervall ist eigentlich der Raum „zwischen zweyen Enden abgemessener Klänge, die „einen gewissen Verhalt mit einander haben.

Schüler.

Also gehöret zu einem Intervall mehr als ein Klang?

Lehrmeister.

Ein Klang allein macht kein Intervall, sondern zu einem Intervall gehören zwey Klänge, da einer höher oder tiefer ist als der andere. Z. E. Zwischen c und d ist ein gewisser Raum, welcher sich in zwey Enden einschliesset; c ist das eine, und d das

andere

andere Ende. Und so mit allen andern, sie haben Nahmen wie sie wollen.

Schüler.

Nun verstehe ich was ein Intervall sey. Was ist denn ein Verhalt?

Lehrmeister.

Ein Verhält, auf lateinisch Ratio ist nach Herrn P. Spiessens Beschreibung die Beschaffenheit, oder die Vergleichung zweyer Grössen unter einander, wenn man sie zuvor mit einerley Maaß ausgemessen, um sich einen deutlichen Begriff von ihnen zu machen. Herr Mattheson gibt es kürtzer wenn er im Kern Cap. 1. §. 2. sagt: „Ein Verhalt „ist diejenige Beschaffenheit welche zwey gegebene „Enden (termini) aufweisen.„ Ein Exempel wirds deutlicher machen: In Ermangelung eines Klangmessers (Monochordi) theile man das a̅ auf einer Geige in zwey gleiche Theile, alsdenn betrachtet man das a̅ als eine in 2. Theile getheilte Saite; verkürtzt man nun diese Saite mit dem Finger um den einen Theil, daß nur die Helfte davon klinget, so wird sich die Octav a̿ hören lassen, und also sich der tiefere Klang, das a̅, gegen den höhern verhalten wie 2. gegen 1. Oder man kan es auch auf folgende Art verstehen: Die gan-

gantze Saite $\bar{a}$ siehet man an als 1. nemlich ein gantzes, die Helffte davon als $\frac{1}{2}$ ein halbes, und so mit allen andern. Noch ein Exempel: Der Verhalt zweyer Klänge, die eine Quint mit einander ausmachen, ist 3 gegen 2. Theilet man nun eine Saite in 3. gleiche Theile, und schlägt 2. davon an, so wird sich, wenn sie gantz wie $\bar{a}$ geklungen hat, $\bar{\bar{e}}$ als die Quint zu $\bar{a}$ hören lassen. Da sehe ich denn die gantze Saite an als $\frac{3}{3}$ ein gantzes, und wenn man $\frac{2}{3}$ davon anschlägt oder streicht, so ist die Quint vorhanden. Bey $\bar{a}$ sind die Enden der Steg und der so genannte Sattel, und halten 3. Theile; bey $\bar{\bar{e}}$ aber der Finger so $\bar{\bar{e}}$ greifft, und der Steg, und halten zwey solche Theile in sich. Nun wird man die Beschreibung (Definition) Herrn Matthesons verstehen, wenn er schreibt: „Ein Intervall ist der Raum zwischen „zweyen Enden abgemessener Klänge, die einen ge„wissen Verhalt mit einander haben.„ Was ich hier einen Verhalt (Rationem) nenne, das wird bey vielen Schrifftstellern, als Werckmeistern, Printzen, Fux, Neidhardten ꝛc. eine Proportion genennet. Es ist aber ein Unterschied zwischen einer Ration und einer Proportion, denn eine Proportion ist eine Gleichförmigkeit derer Verhältnisse. Wenn nun mehr Grössen als zwey, gegen einander verglichen werden, und man ihre

Ver-

Verhältnisse einander gleichförmig befindet, so nennet man hernach eine solche Gleichförmigkeit derer Verhältnisse, eine Proportion. Z. E: wie sich 4 gegen 12, so verhält sich 3 gegen 9. Denn beyde Grössen der Verhältnisse sind als wie 1. zu 3. Und eine solche Gleichförmigkeit der Verhältnisse wird eine Proportion genennet.

Was hier eine Proportion und Gleichförmigkeit der Verhältnisse genannt wird, nennen bisweilen die Lateiner eine Proportionalität, und die Verhältniß allein eine Proportion: Nach dieser Art wäre zwischen zweyen Grössen eine Proportion, und zwischen gleichförmigen Verhältnissen eine Proportionalität. Und daher ists gekommen, daß man z. E. sagt: 2 : 1 sey die Proportion der Octav, 3 : 2 der Quint, u. s. w. Eine Proportion bestehet auf das wenigste in dreyen Absätzen. (Terminis) Eine solche Proportion, worinnen der mittlere Absatz zweymahlen wiederhohlet ist, wird genennet: Proportio continua. z. E.

4 - 8 - 16.

Wenn aber der mittlere Satz nicht zweymahl wiederholet wird, als wie

4 - 6. 8 - 12.

so heißt es eine Proportio discreta.

Schüler.

Ich bitte um Erlaubniß zu fragen was ein Klangmesser sey?

Lehrmeister.

Ein Klangmesser, sonst Monochordum, auf teutsch der Einsaiter genannt, ist ein Instrument welches nicht zum Spielen, sondern zum Beweiß, daß die musikalischen Intervallen in gewissen und leicht begreiflichen Verhältnissen stehen 2c. gebraucht wird. Die Intervallen werden mit dem Circkel aufs genaueste ausgemessen, und der bewegliche Steg, den man dabey hat, dahin gesetzet, wo das eine Ende des ausgemessenen Intervalls seyn soll. Die Saite unter welche ein solcher Steg gesetzet wird, gibt so dann das verlangte Intervall an. Man ziehet auch wohl 2 und mehr Saiten darauf, aber sie müssen alle in dem reinesten Ubereinklange stehen.

Schüler.

Ich möchte wohl gerne dergleichen Monochord haben.

Lehrmeister.

Man kann dergleichen bey mir bekommen, auf welchen man nicht nur die völlig reinen Intervallen, sondern die gantze Temperatur ausgemessen findet.

Sie sind mit Fleiß und guten Bedacht nicht hohl gemacht, weil sich ein dünner Resonantz-Boden leicht bieget, und hernach lauter Ungewißheit verursachet. Wenn man aber ein solches Monochord

chord auf sein umgestürtztes Futteral setzet, so klingt die Saite so starck als wenn es einen Resonantz-Boden hätte, wovon im andern Theil meines Vorgemachs oder General-Baß-Anweisung am Ende eines mehrers zu lesen.

Schüler.

Wie muß ich damit umgehen?

Lehrmeister.

Setze es noch so lange bey Seite, bis ich dich erst mehr von den Verhältnissen der Intervallen unterrichtet habe.

Schüler.

Wie lernet man die Intervallen äm leichtesten kennen?

Lehrmeister.

Wer die Verhältnisse der Intervallen bald und ohne sondere Mühe will kennen lernen, der muß bey der Trompete in die Schule gehen. Das heißt: er muß Achtung geben in welcher Ordnung sie ihre Intervallen gibt. Weißt du denn etwa die Klänge der Trompete schon, oder was sie vor Tone haben kan?

Anmerckung
an den geneigten Leser:

Weil die Striche über denen einzelnen Buchstaben, welche Klänge bedeuten, in der Druckerey so viele Mühe machen, so werden künfftighin in diesem Buch die Klänge also bezeichnet werden:

Grosse Octav:
C D E F G A B H.

Ungestrichene Octav:
c d e f g a b h.

Eingestrichene Octav:
c d e f g a b h.

Zweygestrichene Octav:
c d e f g a b h.

Drey gestrichene Octav.
c d e f g a b h.

Schüler.

Ich weiß wohl daß die Trompete nicht alle Töne haben kan, sondern nur folgende 16. als C c g *c e g b* c d e ✗f g a b h *c* ohne was grosse Künstler noch über dem drey gestrichenen c heraus bringen können.

Lehr-

Lehrmeister.

Weißt du aber auch was diese Klänge vor Intervalle mit einander machen?

Schüler.

So viel weiß ich wohl, daß C c eine Octav, c g eine Quint, g c eine Quart, c e eine grosse Terz, e g eine kleine Terz ausmachen, aber die kleine Terz, die g und b miteinander ausmachen, scheinet mir nicht rein zu seyn, ingleichen dünckt mich, der Ton vom b ins c sey auch zu groß; c d und d e sind ein Paar Secunden, von welchen ich einmahl gehöret habe: c d wäre ein Comma grösser als d e, aber ich weiß noch nicht eigentlich was ein Comma sey, oder wie viel es austrage; Hernach habe ich auch offt über das f Klagen hören, und daß es die Trompete bald als f, bald als ✕f brauchen wollen; als f sey es zu hoch und als ✕f zu niedrig. Ingleichen höre ich wohl, daß das a auch nicht rein, sondern zu tief klinget; das b ist wie das erste zu niedrig, h und c aber machen einen reinen halben Ton mit einander aus.

Lehrmeister.

Deine Anmerckungen. die aus dem Gehör kommen, sind gut, aber wenn du mir sagen soltest, um wie viel b ✕f a b zu niedrig oder zu hoch seyen, so kanst du ohne die harmonicalische Rechenkunst, und

ohne die Verhältnisse aller dieser Intervallen, so die Tone der Trompet mit einander ausmachen, kein gewisses Maaß angeben, sondern du must nur sagen: ein bisgen; wie groß oder klein aber das bisgen sey, kanst du nicht sagen, dahero thue was ich dir jetzund sagen will, so wirst du nicht nur die meisten Verhältnisse der Intervallen kennen, sondern auch nachgerade einsehen und bestimmen lernen, warum *b* ✕f und a nicht reine sind, und wie viel es bey jeden austrägt. Setze demnach die Klänge, welche die Trompet haben kan, noch ein mahl nach der Ordnung her, und unter einen jeden Klang die Zahl, der wievielste er ist.

Schüler.

Hier sind sie:

C	c	g	*c*	*e*	*g*	*b*	c	d	e	✕f	g
1 :	2 .	3 .	4 .	5 .	6 .	7 .	8 .	9 .	10 .	11 .	12
a	b	h	c								
13 .	14 .	15 .	16								

Lehrmeister.

Gut! wilst du nun den Verhalt der Octav, der Quint, der Quart, der grossen und kleinen Tertz, des grössern und kleinen gantzen Tons, des grössern halben Tons wissen, so siehe was ihre Enden vor Zahlen unter sich führen, so wirst du gleich den Verhalt dieser Intervallen vor Augen haben, nemlich:

1 : 2 ist der Verhalt der Octav;
2 : 3 der Quint;
3 : 4 der Quart;
4 : 5 der grossen Tertz;
5 : 6 der kleinen Tertz;
8 : 9 des grössern gantzen Tons;
9 : 10 des kleinern gantzens Tons;
15 : 16 des grössern halben Tons.

Schüler.

Das ist leicht zu begreiffen. Aber warum kommen die Zahlen 7, 11, 13 und 14. nebst den Intervallen ihrer Klänge nicht mit in Rechnung?

Lehrmeister.

Darum, weil die Verhältnisse, die sie mit ihren Nachbarn machen, nicht die besten sind, und in der harmonicalischen Rechenkunst nicht gebrauchet werden; denn die 7 harmoniret mit keiner Zahl, als mit der 14, die zweymahl 7 ist, mit welcher sie eine Octav ausmacht, gleichwie 1 mit 2; mit allen übrigen aber kan sie sich nicht vertragen, sondern macht lauter falsche Quinten, Quarten, grosse und kleine Tertzen 2c. gantze und halbe Tone 2c. mit ihnen aus, die entweder zu klein oder zu groß sind.

Schü-

Schüler.

Also macht die siebende Zahl die erste Dissonantz?

Lehrmeister.

Der Beweiß liegt am Tage, und in dem dritten Theil meines Vorgemachs der musikalischen Composition ist deutlich gezeigt, daß von den Sätzen der Septime alle andere dissonirende Sätze herzuleiten sind.

Schüler.

Ich habe diesen dritten Theil des Vorgemachs mit Verwunderung gelesen, und dadurch eine ziemliche Einsicht in die mannigfaltigen Sätze der Harmonie erlanget. Weil nun die siebende Zahl so merckwürdig ist, so möchte, ehe mich nach den Verhältnissen der noch übrigen Intervallen, als der Sexten, Septimen, des Tritons, der falschen Quint ꝛc. erkundige, gerne noch einige Nachricht von der siebenden Zahl haben.

Lehrmeister.

Ich habe schon gesaget, daß die 7 mit keiner Zahl, als mit denen die durch sie vervielfältiget werden, harmonire; Sie gibt nemlich

eine Octav mit 14. als 2. mahl 7.
eine Quint mit 21. als 3. mahl 7.
eine Quart mit 28. als 4. mahl 7.
eine grosse Tertz mit 35. als 5. mahl 7.
eine kleine Tertz mit 42. als 6. mahl 7.

Da nun die Zahlen 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 die vollkommenste Harmonie in den Klängen C c g c e g geben, so fängt die 7. welche mit allen vorhergehenden dissoniret, so zu reden ein eigenes harmonisches Gebäude an, und zwar mit solchen Klängen so 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 geben, lauter Septimen ausmachen, als:

7	:	14	:	21	:	28	:	35	:	42.
b		b		*f*		*b*		d		f
C		c		g		*c*		*e*		*g*
1	:	2	:	3	:	4	:	5	:	6

Kommt aber die 7 zum siebenden mahl bey 49 wieder, so macht sie zum andern mahl eine Anarmonie mit allen vorhergehenden und nachfolgenden Zahlen, fängt aber auch zum andern mahl ein neues harmonisches Gebäude an ꝛc.

Ob diese Beschaffenheit, welche die siebende Zahl in der Harmonie hat, nun eine Gleichheit mit den Zeitläufften und Lebens-Jahren habe, werden die Natur- und Zeitkundigen auszumachen haben. Die Herren Gottes-Gelehrten finden in der H. Schrifft auch sehr viel merckwürdiges von der siebenden Zahl, sonderlich verdienen die 70. Jahr-

Wochen Daniels eine Aufmerckſamkeit auf dieſe Sache.

Schüler.

Das iſt ja überaus merckwürdig! Wie ſtehets aber mit der Zahl 11. welche in der Trompete auf das falſche f fällt.

Lehrmeiſter.

Dieſe iſt in der Harmonie eben der Art wie die 7, denn ſie macht auch weder mit einer vorhergehenden noch folgenden eine reine Conſonantz, bis ſie ſich in 22 verdoppelt, und mit derſelben eine Octav ausmacht. Hernach harmoniret ſie mit keiner, bis ſie in 33. zum dritten mahl wieder kommt, und ſo dann zum vierdten mahl bey 44, zum fünften mahl bey 55, und zum ſechſten mahl bey 66; zum ſiebenden mahl bey 77 richtet ſie, gleich wie die 7, eine gäntzliche Abweichung und Diſſonantz mit allen vorhergehenden und nachfolgenden an, bis ſie in 154 wieder eine Octav erreichet.

Schüler.

So wird es mit der Zahl 13 eben alſo beſchaffen ſeyn?

Lehrmeiſter.

Ja, eben alſo. Ihre harmoniſche Stuffen ſind:

13, 26. 39. 52. 65. 78. Mit der siebenden Wiederhohlung bey 91 richtet sie eben als wie die 7 und 11. eine gäntzliche Abweichung von allen vorhergehenden und nachfolgenden Zahlen an, bis sie bey 182 wieder eine Octav findet. Wenn es nun mit den Lebens-Jahren des Menschen, und andern Dingen eine gleiche Bewandniß hat, so kan man aus der harmonicalischen Rechenkunst, und aus den Verhältnissen der Intervallen lernen, welche Jahre vor andern bedencklich, glücklich oder unglücklich sind.

Schüler.

Es wird ja die Zahl 9. auch vor eine Stufen-Zahl gehalten, wie ich aus dem Calender ersehe?

Lehrmeister.

Die Zahl 9. macht zwar mit 1. 2. 4. und 5. eine Dissonantz, nemlich mit den drey ersten eine Secund, und mit der 5. eine Septime; aber mit der 3. und 6. macht sie eine Consonantz, nemlich eine Quint aus, denn wie sich 2. zu 3 verhält, so verhält sich 6. zu 9. wie ich oben von dem Unterscheid einer Ration und Proportion erwehnt habe. Daher ist die Zahl 9. so schlimm nicht als 7. 11. und 13.

Schüler.

Ich bitte um Erlaubniß mich nach den Verhältnissen der Sexten und Septimen zu erkundigen?

Lehrmeister.

Diese lehret uns ebenfalls die Trompet; denn da g e eine grosse Sext ist, wie bekannt; unter diesen Buchstaben der Trompeten-Klänge aber 3. und 5. stehen, so ist 3:5. der Verhalt der grossen Sext. Das e und c machen eine kleine Sext aus, und ihre Zahlen 5. und 8. weisen dir ihren Verhalt. Weiter: e und d ist eine kleine Septime, und ihre Zahlen 5:9. sagen uns ihren Verhalt. Endlich c und h ist eine grosse Septime, und die Zahlen, die auf sie fallen, stellen ihren Verhalt dar. Demnach wirst du nun wiederum 4. Verhältnisse kennen, nemlich:

3 : 5	der grossen Sext	}	Verhalt.
5 : 8	der kleinen Sext		
5 : 9	der kleinen Septime		
8 : 15	der grossen Septime		

Also hat uns die Trompet die Verhältnisse von 12. Intervallen gelehret, nemlich von 12. einfachen. Wenn du nun ein wenig nachdencken wilt, so wirst du leicht auch die Verhältnisse von denen zusammengesetzten, doppelten, drey und mehr fachen Intervallen finden, nemlich folgende:

1 : 4 doppelte Octav.
1 : 8 dreyfache Octav.
1 : 16. vierfache Octav.

1 : 3 doppelte Quint.
1 : 6 dreyfache Quint.
1 : 12 vierfache Quint.

2 : 5 doppelte grosse Tertz.
1 : 5 dreyfache grosse Tertz.
1 : 10 vierfache grosse Tertz.

die übrigen wirst du nun leicht kennen lernen.

Schüler.

Was lehret uns die Trompet mit den Verhältnissen ihrer Intervallen weiter vor gute Sachen?

Lehrmeister.

Verschiedene; doch ich will nur, weil es jetzo unsers Vorhabens nicht ist, folgendes an mercken.

1) Obwohl die Trompete mit C c g c e g keine Stufen, sondern Sprünge in der Melodie macht; so sind es doch in der Harmonie würckliche Stuffen, und wer ein harmonisches Klang-Gebäude aufführen will, der muß diese Ordnung der Natur, die sie in den Rational-Zahlen hält, wohl in acht nehmen, in der Tiefe keine Quint, vielweniger Tertz setzen, weil die Natur erst eine Octav, so dann eine Quint, so dann wieder eine Octav, und so dann erst die Tertz gibt. Wer nun auf einer Orgel C E G c, oder einen andern dergleichen tiefen Accord zusammen greifft, der verräth sich gleich, daß er von der Ordnung der Consonanzen nichts verstehe.

2) Lernen wir von der Trompete die Ordnung der Verhältnisse, nebst ihrer Vollkommen- oder Unvollkommenheit. Denn wenn einer wolte sagen: Die Terz wäre vollkommener als die Quint, der würde sich verrathen, daß er ein schlechter Theoretikus in der Musik wäre. Wie nach, und warum aber die Terz vollkommener als die Quart, solches kan man aus dem andern Theil des Vorgemachs p. 106. §. 34. lernen.

Schüler.

Ist nicht eins und das andere hierbey zu erinnern?

Lehrmeister.

Ja dieses: die Quart ist eine umgekehrte Quint, denn wenn die 2. welche die Quint als das kleinere Ende aufweiset, verdoppelt wird, so stellet sich der Verhalt der Quart dar, als 2 : 3 : 4 : c g c Eben so verhält sichs mit den kleinen Sexten, denn diese sind umgekehrte grosse Terzen, als 4 : 5 : 8 c e c. Wenn aber das grössere Ende des Verhalts der kleinen Terz halbirt wird, so erscheinet der Verhalt der grossen Sext, als:

5 : 6 kleine Terz
5 : 3 grosse Sext.

Gleiche Bewandniß hat es mit den Septimen, als welche umgekehrte grosse und kleine Secunden sind, als 5 : 9 : 10 e d e, und 8 : 15 : 16 c h c.

Schüler.

Stellet denn die Trompete nicht auch die Verhältnisse der grössern Quart f h, und der kleinen Quint h f dar?

Lehrmeister.

Herr Mattheson gibt es zwar in seinem Kern und Capellmeister vor, aber er irret gewaltig in seinem Verhältniß-Plan der Verhältnisse der Trompeten-Intervallen, wie er im Kern p. 11. und Capellmeister erscheinet. Denn die Trompet wiederhohlet den Verhalt der kleinen Terz bey *g b* nicht, und gesetzt auch, aber nicht gestanden, sie wiederhohlte ihn, so machen zwey kleine Terzen, wenn ihr Verhalt 5 : 6 zusammengesetzt wird, den Verhalt der kleinern Quint keinesweges aus, sondern folgenden 25 : 36.

Der Verhalt der kleinern Quint aber ist 45 : 64. Die Trompet stellet *g b* nicht in dem Verhalt 5 : 6 sondern in 6 : 7 dar; demnach ist die Terz *g b* um den Verhalt 35 : 36. und also um ein ziemliches kleiner als 5 : 6. Folglich verhält sich *e b* auf der Trompet nicht wie 45 : 64 sondern wie 5 : 7 und ist um den Verhalt 63 : 64 kleiner als der Verhalt der kleinern Quint 45 : 64. Wenn *e b* eine kleinere Quint wäre, so müste *b* e eine grössere Quart seyn, denn eine hänget an der andern, gleichwie wenn die reine Quint und Quart zusammen gesetzt werden, eine Octav heraus kommt. Da es nun da nicht angehen will, so soll c auf den

Verhalt der grössern Quart 32 : 45 darstellen, da doch dieses ✕f zu c sich verhält wie 8 : 11. und also um den Verhalt 180 : 181. kleiner ist als 32 : 45.

Weiter soll die Trompet nicht nur ein ✕f, sondern auch ein f geben, und diese beyde sollen den Verhalt des kleinern halben Tons 24 : 25 darstellen, da doch auf der Trompet zwischen e und g nur ein Klang sich findet, welcher aber mit Noth durch die Kunst, und doch niemahls rein, sich als f gebrauchen läßt. Was aber hier die Kunst guter Trompeter thut, da sie nemlich den Klang welcher auf die Zahl 11. fällt, so wohl zum f als ✕f gebrauchen, solches muß man der Natur der Trompet nicht zuschreiben, wie Herr Mattheson thut, als welcher sich fälschlich rühmet, daß er das Ding (die Verhältnisse der Intervallen der Trompete) in sein völliges Geschicke gebracht habe, und den guten Werckmeister beschuldiget, daß er es lange nicht tief genug eingesehen, ob er wohl eins und anders, zu seiner Zeit, und nach seiner Art schon gemercket, wie solches ein Liebhaber im Kern und Capellmeister nachlesen kan.

Hier hat die Eigenliebe in der einen Hand einen Schwam, mit welchem sie sich zu säubern, in der andern aber eine Kohle, mit welchen sie andere zu schwärtzen bemühet ist. Denn so klingts im Kern: „Werckmeister war wohl ein redlicher Mann, „und hat zu seiner Zeit, und nach seiner Art eines „und das andere angemercket was die Verhältnis„se der Klänge der Trompete betrifft; allein er

hat

„hat das Ding lange nicht tief genug eingesehen, „vielweniger in sein völliges Geschicke gebracht, „welches nun von Uns geschehen soll.

Aber weit gefehlet. Werckmeister wuste wohl wie die Verhältnisse der Intervallen der Trompete beschaffen waren, und solches besser als Herr Mattheson Die falschen die auf 7. 11. 13 und 14 fallen, ließ er lieber gar weg, als daß er sie mit in Rechnung gebracht hätte. Herr D. Mizler und Herr Prior Spieß hätten also nicht nöthig gehabt, Herrn Matthesons falschen Verhältniß-Plan ihren Büchern einzuverleiben. Hätten Sie es aber ja thun wollen, so hätten Sie die Unrichtigkeit desselben zu Tage legen sollen.

Schüler.

Schreibt aber Herr Mattheson die Einrichtung der Verhältnisse der Trompeten-Intervallen, so wie er sie angibt, würcklich der Natur zu?

Lehrmeister.

Ja, mit deutlichen Worten. Denn so heißts im Kern p. 10. §. 30. „So weit mögte es noch „mit der mathematischen Lehr-Art, in der Klang-„Maasse (Er hatte vorher die Verhältnisse der „Intervallen in ein Verzeichniß gebracht) einige „Richtigkeit haben, wenn wir nicht wüsten, daß „ihr die Natur längst darinnen vorgearbeitet, und „ohne Circkel, Maaß-Stab, Linien oder Zahlen „alle diese Intervalle, nach viel schönerer Ord-

„nung (denckt doch) vom Anfange bis zum Ende,
„ausführlich (das ist viel) in unabgetheilte Cör-
„per, in unbesaitete Klang-Messer (in mono-
„chorda sine ulla chorda) geleget hätte, darü-
„ber man billig erstaunen und bekennen muß, daß
„die Herren Rechenmeister, mit ihren sauren Er-
„findungen, in so fern sie solche den Zahlen und
„Gewichten ursprünglich zu schreiben, viel, sehr
„viel zu spät kommen sind.

Und weiter hin §. 32 sagt Er: die Intervallen erschienen nach seinem Verzeichniß auf der Trompet NB. ohne allen Zwang. Dieses gibt man nun zwar von den meisten zu, aber von der grössern Quart, kleinern Quint, grossen Septime zwischen g und ✕f, grossen halben Ton zwischen e f, und und kleinern halben Ton zwischen f ✕f nicht; nemlich in solchen Verhältnissen wie er sie angibt.

Die grosse Septime 8 : 15 aber findet sich zwischen und mit c und h, und der kleinere halbe Ton 24 : 25 in der Höhe, wer sie erreichen kan, zwischen und mit g und ✕g.

Schüler.

So werden sich in der Höhe noch mehr Intervallen finden?

Lehrmeister.

Ja, und zwar immer kleinere, als:

16 :	17 :	18 :	19 :	20 :	21 :	22
(c	✕c	d	✕d	e	f	✕f)

23 :	24 :	25 :	26 :	27 :	28.
(bg	g	✕g	ba	a	b etc.)

von welchen aber die, so auf 17. 19. 21. 22. 23. 26. und 28. fallen, nicht die reinesten sind, doch aber auf dem Waldhorn eher als auf der Trompete zu zwingen sind.

Die Natur gehet also mit den Verhältnissen der Intervallen, so wohl auf der Trompet, als auch andern Instrumenten, besaiteten und unbesaiteten, den geraden Weg vor sich, von 1. bis auf 32. ja wohl weiter, ohne krumme Seiten-Sprünge vor zu nehmen, vielweniger hinter sich zu gehen; wer das nicht glauben will, der nehme nur eine Trompet-Marine und mache ein Monochord draus, so wird er gleich bey der Zahl 7. so dann bey 11. und 13. ꝛc. davon handgreiflich überzeuget werden. Es gehet auch mit einer Viola di Gamba und Violoncello an.

Schüler.

Solte man denen falschen Intervallen die auf die Zahlen 7. 11. 13. 14. fallen, nicht durch die Kunst zu Hülfe kommen, und solche verbessern können?

Lehrmeister.

Mit einer Zug-Trompet gehet es an, und man

kan

kan, wenn man erstlich die Länge der gantzen Trompet weiß, genau bestimmen, wie weit solche zu verlängern oder zu verkürtzen ist. Gute Trompeter können auch schon vermittelst ihres guten Ansatzes der Natur zu Hülfe kommen.

Ein anders aber ist die Natur, und wieder ein anders die Kunst; und eben darauf kommts an bey der gantzen Intervallen- Verhältniß- und Temperatur-Lehre.

Schüler.

Ich dancke vor den guten Bericht. Sind mir aber nicht noch mehrere Verhältnisse zu wissen nöthig?

Lehrmeister.

Wir hätten deren zu unsern Vorhaben voriezo genug. Die übrigen, als

Limma majus 25 : 27.
Limma minus 128 : 135.
Diesis 125 : 128.
Comma syntonum 80 : 81.
Comma ditonicum 524288 : 531441.
Diaschisma 2025 : 2048.
Schisma 32768 : 32805. u. a. m.

werden dir schon bekannt werden, wenn du die bisher bekannt gewordene zusammen setzen, und von einander abziehen lernen wirst.

Schüler.

Sind nicht noch einige andere Dinge bey denen Verhältnissen zu wissen nöthig?

Lehrmeister.

Ja, als man muß wissen was ein gleicher oder ungleicher Verhalt, (ratio æqualitatis vel inæqualitatis) sey?

Von der ersten Gattung findet sich ein einiger, nemlich der Verhalt des Einklangs (Übereinklangs) z. E. c c welcher wie 1. zu 1, 2. zu 2, 3. zu 3, ꝛc. ist.

Von den ungleichen thun sich unzehlige Gattungen hervor, welche in folgende fünfferley Geschlechter eingetheilet werden, als da ist:

1. Der vi lfache oder reine Verhalt, (ratio multiplex)
2. Der übertheilige Verhalt, (ratio superparticularis.)
3. Der übertheilende Verhalt (ratio superpartiens.)

Und von diesen dreyen entstehen noch zwey andere, als:

4. Der vielfach übertheilige Verhalt, (ratio multiplex superparticularis) und
5. Der vielfach übertheilende Verhalt, (ratio multiplex superpartiens.)

Schüler.

Der reine Verhalt ist, wenn z. E. eine grössere Zahl, die mit einer kleinern verglichen wird, dieselbe kleinere gerad zweymahl, dreymahl, vier und mehr mahl in sich fasset, ohne daß was überbleibe, als z. E. 12. fasset 6. zweymahl, 4. drey mahl, 3 viermahl, und 2. sechsmahl in sich. Daher entstehet hernach ihre Benennung, als doppelter, dreyfacher, vierfacher, fünf und mehr facher Verhalt, (ratio dupla 2 : 1. tripla 3 : 1. quatrupla 4 : 1.) u. s. w. Wird die grössere Zahl gegen die kleinere gehalten, so heißt es ein Verhalt einer grössern Ungleichheit, (ratio majoris inæqualitatis,) und wird schlechthin dupla, tripla u. s. w. genennt; wird aber eine kleinere Zahl gegen eine grössere gehalten, so heißt es ein Verhalt einer kleinern Ungleichheit, (ratio minoris inæqualitatis,) und wird von der ersten Art durch das Wörtgen unter, sub, unterschieden, als unter doppelt 2c. sub dupla, sub tripla &c. z. E. 2 : 1. ist ratio dupla, und 1 : 2. ratio sub dupla. Was nun hier von den Zahl-Verhältnissen gesagt wird, das wird auch von den Linien-Verhältnissen verstanden, wie solches auf dem Monochord deutlich zu ersehen.

Schüler.

Welche von denen mir nunmehro bekannten Verhältnissen gehören unter dieses Geschlecht?

Lehrmeister.

Alle deren kleineres Ende eine 1. (Unität) ist, als:

1 : 2	einfache	}	Octav.
1 : 4	zweyfache		
1 : 8	dreyfache		
1 : 16	vierfache		

Ferner

1 : 3	zweyfache	}	Quint.
1 : 6	dreyfache		
1 : 12	vierfache		

Jngleichen

1 : 5	dreyfache	}	grosse Tertz, u. a. m.
1 : 10	vierfache		

Unter dieses Geschlecht gehören auch die gleichförmig vielfache Verhältnisse, als z. E. 2 : 4; 3 : 6; 3 : 12; 5 : 10; 5 : 20; 3 : 9; 4 : 12; 5 : 15; 6 : 18. u. s. w. Da gehet allemahl die kleinere in der grössern gerad auf, welche kleinere so dann pars aliquota genennet wird.

Schüler.

Was hat es mit dem übertheiligen Verhalt vor eine Beschaffenheit?

Lehrmeister.

Der übertheilige Verhalt, (ratio super particula-

ticularis) ist, wenn eine Zahl oder Linie, mit einer kleinern verglichen, solche einmahl gantz, und noch darüber einen gewissen Theil derselben, partem aliquotam d. i. einen vervielfältigenden Theil in sich fasset. Nachdem nun dieser Theil groß ist, bekömmt auch der Verhalt daher seinen übertheiligen Zunahmen, bey welchen allemahl das Wörtgen sesqui gebraucht wird, ob es gleich nicht allemahl ein halbes bedeutet. Begreifft er die Helffte, so heißt es ratio sesqui altera, d. i. der anderthalbige Verhalt; hat er nur ein Drittel, so ists ratio sesqui tertia; ein Viertel, sesqui quarta, u. s. w.

Die Grösse des Verhalts einer Zahl oder Linie zu der andern, wird durch die Zertheilung gefunden. Denn man zertheilet die Anzahl der Grösse des vorstehenden Endes (termini antecedentis) durch die Anzahl der Grösse des nachstehenden Endes (termini consequentis.) Die neuentstandene Anzahl, oder Quotient (der wie offt) weiset hernach die Grösse des Verhalts an, um welche eine die andere übertrifft, oder ob beyde gleich sind. Als zum Exempel: Wenn ich die Grösse des Verhalts 2: zu 3. wissen will, so theile ich die 3 durch die 2, und bekomme zum Quotienten $1\frac{1}{2}$, als:

1 |
3̸ . $1\frac{1}{2}$.
2 |

Oder zum zweyten Exempel: Wenn ich die Grösse des Verhalts 3 : 5. wissen will, so finde ich in der Zertheilung, daß die 3. einmahl in der 5. stecket, und noch $\frac{2}{3}$. drüber. Dieser Quotient $1\frac{2}{3}$. ist nun die

Grösse

Grösse des Verhalts 3 : 5. Wäs nun einer kleinern Zahl oder Linie bey Vergleichung einer grössern abgehet, wird Unterschied (differentia) genennet, als z. E. der Unterschied zwischen 3. und 5. ist 2. Bekömmt nun die 3. noch 2, so ist sie auch so groß als die 5.

Schüler.

Welche von denen mir bekannten Verhältnissen gehören unter das übertheilige Geschlecht?

Lehrmeister.

Alle diejenigen deren grösseres Ende das kleinere nur um eins übertrifft, als:

2 : 3, 3 : 4, 4 : 5, 5 : 6, 8 : 9, 9 : 10, 15 : 16, 24 : 25, 80 : 81. u. a. m.

Schüler.

Gibt es von dieser Art auch gleichförmig übertheilige Verhältnisse?

Lehrmeister.

O! ja, die Menge. Denn wie sich 2. zu 3. verhält, so verhält sich 4. zu 6, 6. zu 9, 8. zu 12, 10. zu 15. als lauter Verhältnisse einfacher Quinten.

Diese siehet man an als Brüche die kleiner gemacht (reducirt) werden können, als:

$$\frac{10}{15} \overset{5)}{\Big|} \frac{2}{3}$$

Diese heissen rationes extra terminos radicales, Verhältnisse ausser ihren Wurtzel-Zahlen.

Schüler.

Worinne bestehet der übertheilende Verhalt?

Lehrmeister.

Der übertheilende Verhalt, (ratio superpartiens) bestehet darinn, wenn die grössere Zahl, Linie oder Saite die kleinere ganz, und noch dazu etliche Theile derselben (partes aliquantas, zusetzende Theile) begreifft.

Schüler.

Welche von denen mir bekannten Verhältnissen gehören unter dieses Geschlecht?

Lehrmeister.

Die Verhältnisse der Sexten, Septimen, grössern Quart und kleinern Quint, als: 3 : 5, da ist der Unterschied 2; 5 : 8, da ist der Unterschied 3; 5 : 9, da ist der Unterschied 4; 8 : 15, da ist der Unterschied 7. rc.

Schüler.

Wie werden dergleichen Verhältnisse benennet?

Lehrmeister.

Die Benennungen dieser Verhältnisse kommen

her

her von dem Unterschiede um welchen die kleinere Zahl von der grössern unterschieden ist.

Als bey dem Verhalt der grossen Sext 3 : 5 ist der Unterschied 2, daher heißt er ein $1\frac{2}{3}$ übertheilender Verhalt (ratio super*bi*partiens tertias) bey dem Verhalt der kleinen Sext 5 : 8 ist die Differentz 3, daher heiß er ein $1\frac{3}{5}$ übertheilender Verhalt (ratio super*tri*partiens quintas) Bey dem Verhalt der grossen Septime 8 : 15 ist der Unterschied 7, daher heißt er ein $1\frac{7}{8}$ übertheilender Verhalt (ratio super*septem*partiens octavas) u. s. w.

Schüler.

So wird es von dieser Art auch gleichförmig übertheilende Verhältnisse geben?

Lehrmeister.

Es ist leicht zu erachten; Denn wie sich 3 zu 5 verhält, so verhält sich 6 zu 10, 9 zu 15, 12 zu 20 rc. und so mit allen übrigen dieses Geschlechts.

Will jemand daran zweifeln, weil der Unterschied z. E. zwischen 6 und 10, nicht 2 sondern 4. ist, der vergleiche 3 : 5 und 6 : 10 durch die Regel de tri, z. E. 3 gibt 5, was gibt 6? Antw. 10. und dieses wird bey allen übrigen, die ausser denen Wurtzel-Zahlen sich befinden, zu treffen.

Man kan auch auf eine andere Art erfahren, ob ein ausser seinen Wurtzel-Zahlen stehender Verhalt mit seinem Grund-Verhalt überein komme,

nemlich: Man darff nur die grössere Zahl des Grund-Verhalts mit der kleinern Zahl des ausser seinen Wurtzel-Zahlen stehenden Verhalts, und die kleinere Zahl des erstern mit der grössern des andern vervielfältigen; Kommen so dann gleiche Summen heraus, so sind beyde Verhältnisse einander gleich, als:

5 : 9

X

15 27

———————

135. 135.

Schüler.

Welches ist der vielfach übertheilige Verhalt?

Lehrmeister.

Der vielfach übertheilige Verhalt (ratio multiplex superparticularis) ist ein solcher, dessen grössere Zahl, Linie oder Saite die kleinere zweymahl, drey- und mehrmahl, und zugleich noch einen Theil derselben, nemlich (partem aliquotam) einen vervielfältigenden Theil in sich schließt; Er wird zusammen gesetzt aus den Arten des einfach übertheiligen Verhalts. Die erste Gestalt davon wird durch Zusammensetzung der Enden des anderthalbigen Verhalts 2 : 3 gefunden, welche zusammen genommen 5 ausmachen; so dann wird das kleinere Ende des Verhalts 2 : 3 darzu gesetzt, und

und damit kommt die erste Gestalt oder Art dieses Geschlechts hervor, nemlich der Verhalt der zweyfachen grossen Tertz c e 2:5, welche der doppelt anderthalbige Verhalt (ratio dupla sesqui altera) genennet wird.

Schüler.

Also wird der Verhalt des zweyfach grossen Tons c d 4:9 auch unter dieses Geschlecht gehören?

Lehrmeister.

Woraus erkennest du solches?

Schüler.

Weil die Zahl 4 zweymahl in der Zahl 9 stecket, und noch 1. überbleibet.

Lehrmeister.

Es ist mir lieb, daß du die Lehre von den Verhältnissen so bald fassest. Wie wird aber dieser Verhalt genennet werden?

Schüler.

Ich halte er werde dupla sesqui quarta genennet werden?

Lehrmeister.

Wohl getroffen. Aber was düncket dich von dem Verhalt des dreyfachen grossen Tons c d 2:9?

Schüler.

Weil die Zahl 2 viermahl in der Zahl 9 stecket, und nur noch 1. übrig bleibet, so wird dieser Verhalt wohl quadrupla sesquialtera der vierfach anderthalbige Verhalt genennet werden.

Lehrmeister.

Gut. Was düncket dich aber von dem Verhalt der doppelten grossen Sext 3 : 10, g e?

Schüler.

Er gehöret auch mit unter dieses Geschlecht, und wird wohl tripla sesquitertia genennet werden, weil die Zahl 3 dreymahl in der Zahl 10 steckt, und noch ein Theil drüber.

Lehrmeister.

Wohlgetroffen. Kanst du dich auf keinen mehr besinnen?

Schüler.

Wird der Verhalt der doppelten kleinen Sext e e 5 : 16. nicht auch unter dieses Geschlecht gehören, und tripla sesquiquinta, $3\frac{1}{5}$ fach genennet werden?

Lehrmeister.

Ich wünsche dir Glück zu deinen guten Zunehmen in der Erkenntniß und Benennung der Verhältnisse.

Schü-

Schüler.

Nun, dünckt mich, will ich mich leicht auch in das fünfte Geschlecht der Verhältnisse, welches das vielfach übertheilende genennet wird, schicken lernen.

Lehrmeister.

Das ist mir lieb. Beschreibe mir doch dasselbige.

Schüler.

In dem vielfach übertheilenden Verhalte begreifft die grössere Zahl, Linie oder Saite die kleinere zwey- drey- und mehrmahl, nebst noch einigen zusetzenden Theilen (partibus aliquantis) derselben.

Lehrmeister.

Wohl gegeben. Die erste Art dieses Geschlechts entstehet durch Zusammenfügung der Enden des Verhalts 3 : 5, als der ersten Art in dem einfach übertheilenden Geschlechte, wodurch 8. heraus kommt; die 3. als das kleinere Ende der ersten einfachen Art dieses Geschlechts wird alsdenn zum kleinern Ende genommen, und dadurch entstehet der Verhalt der doppelten Quart g c 3 : 8, welche dupla superbipartiens tertias, der doppelt und zweydrittel, $2\frac{2}{3}$, übertheilende Verhalt genennet wird, indem die Zahl 3 zweymahl in der Zahl 8 stecket, und noch $\frac{2}{3}$, als zusetzende Theile, (partes aliquantae) drüber.

Schüler.

So wird der Verhalt der doppelten kleinen Terz e g, 5 : 12 auch unter dieses Geschlecht gehören; denn 5 stecket zweymahl in 12, und noch $\frac{2}{5}$ drüber, und sein Nahme wird seyn: dupla superbipartiens quintas, ein doppelt und zwey fünftheil übertheilender Verhalt?

Lehrmeister.

Gar recht. Und der Verhalt der doppelten kleinen Septime 5 : 18 e d gehöret auch unter dieses Geschlecht, und wird tripla superbipartiens quintas, dreyfach und zwey fünftheil übertheilend genennet.

Schüler.

Ich bitte um Erlaubniß mich noch ein wenig wegen des Wörtgen sesqui, welches bey allen Arten des einfach, doppelt und mehrfach übertheiligen Geschlechts gebraucht wird, zu erkundigen. Sesqui heißt sonsten ein halbes, und trifft bey dem Verhalt 2 : 3, dessen Grösse $1\frac{1}{2}$ ist, wohl zu; allein bey $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{5}$ 2c. ingleichen $2\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{4}$ u. s. w. scheinet mir es nicht zu passen.

Lehrmeister.

Es ist dem also. Wir wollens aber dabey lassen, weil es einmahl eingeführet ist, und der Zehler von $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. soll allemahl sesqui heisen,

der Nenner aber nach seiner Zahl 2, 3, 4, 5, altera, tertia, quarta, quinta, u. s. w.

Schüler.

Was ist denn zwischen einen vervielfältigenden Theil, (parte aliquota) und einem zusetzenden Theil, (parte aliquanta) vor ein Unterschied?

Lehrmeister.

Ein vervielfältigender Theil, (pars aliquota) bringet, wenn er 2. 3. und mehr mahl genommen wird, allemahl sein gantzes wieder heraus, als z. E: 3 ist der vervielfältigende Theil der Zahlen 6. 9. 12. 15. 18 ꝛc. in genere multiplici, weil er 2, 3. 4 und mehr mahl genommen, allemahl sein gantzes wiederhervor bringt. Also ist 1 pars aliquota von allen Zahlen, und allen Verhältnissen des einfach, und vielfach übertheiligen Geschlechts.

Ein zusetzender Theil, (pars aliquanta) ist seinem gantz nicht ähnlich, man mag ihn so offt nehmen als man will, sondern nothwendig grösser oder kleiner. Z. E. 3 ist ein zusetzender Theil der Zahl 5, weil 5 die 3 einmahl in sich hält, und über diß noch 2 Theil davon, nemlich 2. Welche Zahl einmahl genommen nicht zureichet die Zahl 3 herzustellen; nimmt man sie aber zweymahl, so überschreitet sie solche, welches zum Wesen eines zusetzenden Theils erfordert wird.

Schüler.

Ist nichts mehr bey den Verhältnissen zu mercken?

Lehrmeister.

Die Verhältnisse werden auch eingetheilt in arithmetische und geometrische. Eine arithmetische Verhältniß ist, wenn man auf den Unterschied oder Differenz siehet, um wie viel eine Grösse grösser ist als die andere. Z. E. Der Unterschied von 4 und 5 ist eins, oder von 7 und 11. ist der Unterschied 4. Man schreibt die arithmetische Verhältniß also: 4 - 5 und 7 - 11, oder auch 4. 5 und 7. 11.

Eine geometrische Verhältniß ist, wann man betrachtet, wie offt die kleinere Grösse in der andern enthalten ist. Die Zahl, so anzeiget, wie offt eine Grösse in der andern enthalten, heisset der Name oder der Exponent der Ration. Z. E. 3. ist in 9. dreymahl, und in 12. viermahl enthalten. Man schreibet die geometrische Ration also: 3 : 9 und 3 : 12. Der Name oder der Exponent von der geometrischen Ration 3 : 9. ist 3, und von 3 : 12. ist der Exponent 4.

Wann der Unterscheid in 2. arithmetischen Rationen einerley ist, so heisset solches eine arithmetische Proportion. So stehet 6. zu 8, und 10. zu 12. in einer arithmetischen Proportion, d. i. um wie viel 8. grösser ist als 6, um so viel ist auch 12. grösser als 10. Oder, um wie viel 6. kleiner ist als 8,

um

um so viel ist auch 10. kleiner als 12. Man schreibet die arithmetische Proportion also: 6 -- 8. = 10 -- 12, oder 6. 8 = 10 - 12, und spricht es aus: Der Unterschied von 6, und 8. ist gleich dem Unterschied von 10. und 12.

Wann der Exponent von 2. geometrischen Rationen einerley ist, so heisset solches eine geometrische Proportion. So stehet 3. zu 6. und 4. zu 8. in einer geometrischen Proportion, und der Exponent bey den Geometrischen Rationen ist einerley. Es stecket nemlich 3. in 6. so offt, als 4. in 8. stecket. Man schreibet die geometrische Proportion also: 3 : 6 = 4 : 8, und spricht es aus: Der Exponent von 3. zu 6. ist gleich dem Exponenten von 4. zu 8.

Ich könte allhier auch was von der harmonischen Proportion gedencken. Da es aber zu unsern Vorhaben eben nicht nöthig ist; so übergehe solches.

Schüler.

Was hat es denn vor eine Bewandniß mit den Verhältnissen in Betracht der Stellung ihrer Enden, da z. E. der Verhalt der Quint bald 2:3, bald 3:2. gesetzet wird?

Lehrmeister.

Betrachtet man einen Verhalt nach der Anzahl der Schläge (vibrationum) so eine längere Saite gegen einer kürtzern, in einer gewissen Zeit, macht, so muß man die kleinere Zahl erst, und die grössere her-

hernach setzen, als bey der Quint 2 : 3, c g. Denn wenn bey der Quint c in einer gewissen Zeit 2. mahl schläget, so schläget g in solcher Zeit dreymahl. Bey dieser Stellung siehet man die 2. als $\frac{2}{2}$. d. i. ein gantzes an, die 3. aber als den Nenner von $\frac{2}{3}$. Z. E. Bey der Quint c g hat c $\frac{2}{2}$. oder die gantze Saite, g aber nur $\frac{2}{3}$. derselben. Wird aber die grössere Zahl zum tiefern Klange genommen, so siehet man z. E. bey dem Verhalt der Quint 3 : 2, die 3. als $\frac{3}{3}$. d. i. ein gantzes, oder eine in 3. Theile getheilte Saite an, und die 2. als den Zehler von $\frac{2}{3}$; als c bekömmt $\frac{3}{3}$, die gantze Saite, g aber nur $\frac{2}{3}$. davon.

Nur muß man bey einer Art bleiben, und nicht bald diese, bald jene nehmen, wenn man mit denen Verhältnissen etwas harmonicalisch ausrechnen will. Die letztere Art wollen wir künfftig bey steigenden Intervallen nehmen, als z. E. bey c g 3 : 2, die erstere aber bey fallenden, als z. E. bey g c, 2 : 3. und soll also auf die grössere Zahl der tiefere, und auf die kleinere der höhere Klang gerechnet werden.

Schüler.

Ich bitte um Erlaubniß allhier einen Einwurff zu machen: Bey den Klängen der Trompet fället aber auf die 1. als die kleineste Zahl der tiefste Ton, als das achtfüßige C, und je grösser die Zahlen werden, je höher wird der Klang, folglich fiele ja auf die kleinere Zahl allemahl der tiefere Klang eines Intervalls.

Lehrmeister.

Die aneinander hangende, und in der natürlichen Ordnung der Zahlen fortgehende Verhältnisse der Trompeten-Intervallen sehen alle die 1. als das gantze, und als den Zehler von einem Bruche an, als C kriegt 1. ein gantzes, oder die gantze Länge der Trompet, oder einer Saite, und ist noch kein Intervall, sondern nur der Grund zu allen folgenden Intervallen.

Diese 1. zehlet hernach einem jeden der folgenden Klänge sein Theil zu, als c, die Octav kriegt $\frac{1}{2}$, g, als die doppelte Quint zu C kriegt $\frac{1}{3}$, *c* als die doppelte Octav $\frac{1}{4}$, *e* als die dreyfache Tertz zu C $\frac{1}{5}$, *g* als die dreyfache Quint zu C $\frac{1}{6}$, *b* $\frac{1}{7}$, c $\frac{1}{8}$, u. s. w. von der Länge der Trompet oder Saite, zu Hervorbringung des verlangten Klangs.

Diese Art, die Intervallen so gleich nach der Ordnung der Zahlen aneinander zu hängen, gehet aber gar zu schleunig in die Höhe, und theilet denen Intervallen, so über 8. zu stehen kommen, gar zu kleine Theile von einer Saite zu, dahero kan sie auf dem Monochord, bey Ausmessung einer Temperatur nicht wohl gebraucht werden, denn die kleinern Intervallen kommen gar zu hoch zu stehen, und sind alsdenn nicht wohl zu vernehmen. Aber dieses ist noch dabey zu mercken: Die Zahl so bey dem ersten Intervall 1 : 2. der Nenner war, wird nun bey dem folgenden Intervall, nemlich bey der Quint der Zehler, 2 : 3, und ihr Nenner, die 3, wird bey dem folgenden Intervall der Quart der Zehler,

3 : 4

3 : 4, und so fort bey allen folgenden Intervallen. Diese Art, die Intervallen nach ihrer natürlichen Ordnung an einander zu hängen, dienet vornemlich darzu, daß wir sehen, in welcher Ordnung die Intervallen auf einander folgen müssen, daß wir nicht meynen wie mancher Practikus: die Secund wäre das erste Intervall, darnach käme die Tertz, u. s. w. Ich könte hiervon mehr sagen, würde aber in allzugrosse Weitläufftigkeit gerathen.

Schüler.

Also wird es besser seyn, daß man dem tiefern Klange eines Intervalls die grössere Zahl seines Verhalts zueigne?

Lehrmeister.

Ja; und solche zeiget so dann auch allemahl an, in wie viel Theile eine Saite müsse getheilet werden, wenn man ein verlangtes Intervall finden will. Die kleinere Zahl aber zeigt an, wie viel Theile der höhere Klang von der gantzen Saite bekomme. Als z. E. Ich will das Intervall der kleinen Sext ausmessen, so zeigt mir die 8, als die grössere Zahl ihres Verhalts, daß ich die Saite in 8. Theile theilen müsse, die 5. aber, als die kleinere Zahl ihres Verhalts zeigt an, daß ich 5. Theile von diesen achten anschlagen, 3. Theile aber durch den beweglichen Steg abschneiden müsse, wenn ich den Klang der kleinen Sext hören will. Doch davon wollen wir

wir reden, wenn wir lernen, wie die Intervallen auf das Monochord müssen getragen werden.

Schüler.

Ich dancke gehorsamst vor den deutlichen Unterricht

Zweyte Lection.
Vom Monochord.
Schüler.

Mein hochgeehrtester Herr Magister haben mir in Ihrem neulichen Unterricht von den Verhältnissen der Intervallen Hoffnung gemacht, von Ihnen zu lernen, wie man die Verhältnisse der Intervallen auf ein Monochord tragen könne; ich bitte also um mehrern Unterricht davon.

Lehrmeister.

Das Monochord macht die Verhältnisse der Intervallen, welche die Rechenkunst dem Verstande begreiflich gemacht, vermittelst der Geometri auch sichtbar, ja fühlbar, und bringt sie vermittelst der Saiten zu dem Gehör, welches so dann vollkommen überzeuget wird, daß sie sich, wie neulich gelehret worden, verhalten. Dabey muß man sich denn zum höchsten über die Weißheit und Güte GOttes verwundern, als welche auch denenjenigen, die eben die Musik nicht studiren, die weder Rechen-

noch Meß-Kunst verstehen, das Vermögen und Geschicke gegeben, vermittelst der Stimme die allermeisten musikalischen Intervallen gantz rein zu formiren, ohne daran zu dencken, daß sie dadurch würcklich die Meß-Kunst mit ihrem Halse und Kehlen ausüben, und diejenigen Intervallen, die mit so vieler Mühe auf dem Monochord müssen ausgemessen werden, ohne Mühe, und ohne es zu wissen, in ihren Verhältnissen hervor bringen, und was noch mehr ist, so gar temperiren, und um des Zusammenhangs willen manchem Intervall etwas nehmen, hergegen einem andern was zusetzen. Ja, nicht nur die Menschen, als vernünfftige Geschöpffe, sind hierzu geschickt, sondern auch so gar die Vögel sind dahin zu bringen, daß sie gantze Melodien lernen, und in den reinesten Intervallen hören lassen, und damit würcklich beweisen, daß in ihren engen und kleinen Kehlen von dem gütigen und ewig-harmonischen Wesen die Klangstuffen der Intervallen aufs genaueste, und auf eine unbegreifliche Weise aus- und abgemessen sind. Hier möchte man wohl voller Verwunderung ausbrechen:

Wenn das geschicht auf Erden;
Was will im Himmel werden?

Möchten doch die Musik-Feinde dieses bedencken, und hieraus lernen: Daß GOtt gewiß ein Freund guter Musik seyn muß, so würden sie dem rechten Gebrauche der Musik, dessen Entzweck vornemlich das Lob GOttes ist, nicht länger hinderlich fallen: Von solchen muß man mit Mitleiden wie D. Lu-

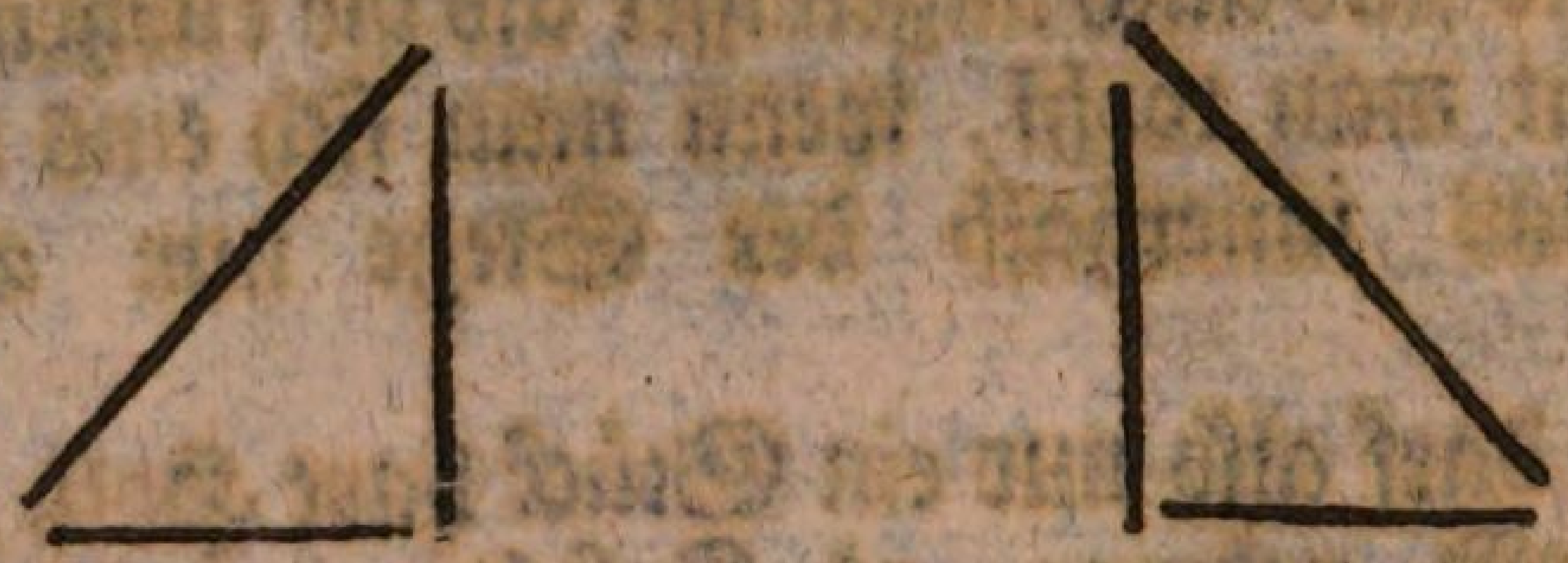
ther sagen: Wer durch solch lieblich Wunderwerck nicht bewegt wird, der muß warlich ein grober Klotz seyn. Jedoch, ich hätte mich bald zu weit von meinen Vorhaben abgewendet. Ich will dahero einen kurtzen Unterricht geben, wie man ein Monochord verfertigen, und die Verhältnisse der Intervallen darauf bringen soll, um von ihrer Richtigkeit recht überzeuget zu werden.

Die gar langen 8. und 4. füßigen Monochorde sind sehr unbequem, erfordern einen gar grossen Circkel, und sind auch ungewisser als die kurtzen. Dahero thut man wohl, wenn man sich eins machen läßt, das innerhalb der Stege nur 2. Fuß lang ist.

Man darf also nur ein Stück hart Holtz, so sich nicht wirfft, nehmen, 2½. Fuß lang, 2. bis 3. Zoll breit, und 2. Zoll dicke.

Man braucht gar keinen Resonantz-Boden darüber machen zu lassen, denn die werffen und biegen sich, und es läßt sich nicht gut darauf messen. Man lasse aber ein Futteral darzu machen von Fichten-Holtze, und setze es auf das umgestürtzte Futteral, so klingen die Saiten so starck, als wenn es einen Resonantz-Boden hätte. Dieses Stücke Holtz wird an allen 4. Seiten fein glatt gehobelt, hernach bestimmet man den Raum, der innerhalb der beyden Stege bleiben soll, nemlich 2. Fuß lang; auf beyden Seiten bleibt denn ¼. Fuß zu Anhängung der Saiten und zu ihren Wirbeln; der bestimmte Raum wird denn auf beyden Seiten durch eine Perpendicular-Linie von dem, was zu Anhängung der

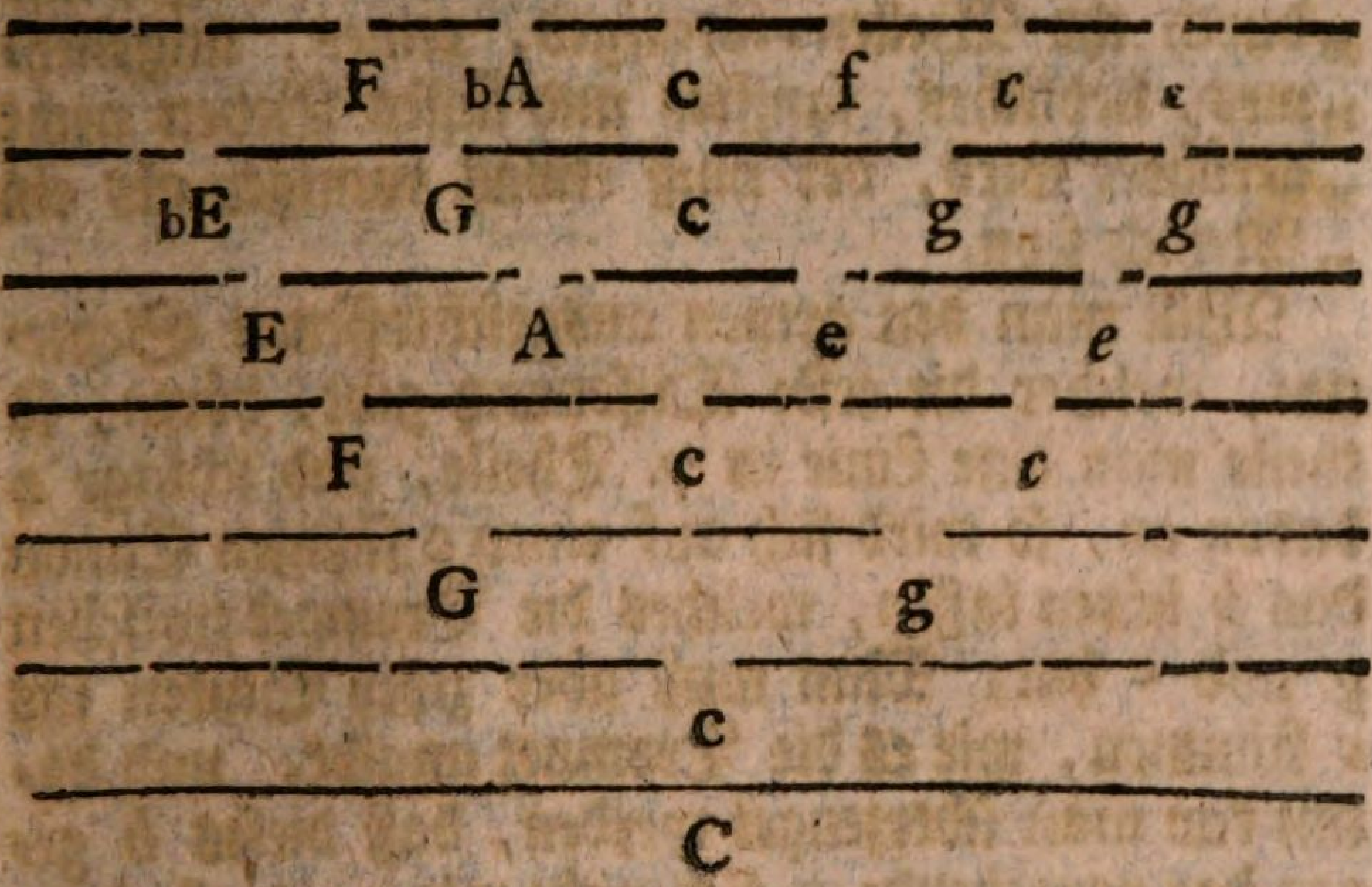
Saiten auf einer, und zu ihren Wirbeln auf der andern Seite nöthig ist, abgesondert, und wenn die Ausmessung geschehen, die Stege aufs genaueste an solche Linien geleimet. Man verrichtet aber um deß willen die Ausmessung eher als das Aufleimen der Stege, damit die Stege dem Circkel nicht hinderlich fallen. Die Stege müssen gegen den innern Raum perpendicular stehen, und etwa folgende Figur gegen einander machen:



Man ziehet denn auf den Raum, der zwischen den Stegen bleiben soll, sieben parallele Linien, etwas von einander. Die erste bleibe uneingetheilt. Die andere theile man in 2, die dritte in 3, die vierdte in 4, die fünfte in 5, die sechste in 6, und die siebende in 8 Theile. Es stelle die erste uneingetheilt C vor. So gibt denn die andere in 1, c; die dritte in 2, G: und in 1, g; die vierdte in 3, F: in 2, c: und in 1. *c*; die fünfte in 4, E: in 3 A: in 2, e: und in 1, *e*; die sechste in 5 bE: in 4 G: in 3, c: in 2, g: und im 1, *g*; die siebende in 6, F: in 5, bA: in 4, c: in 3, f: in 2, c; und in 1, c.

Hier

Hier stehet die Figur der auf solche Art abgetheilten Linien, so gut sie im Druck zu haben; Auf dem Monochord macht mans genauer.



Also geben uns die Zahlen 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. alle Consonantzen als 1 : 2, 1 : 4, 1 : 8 die Octaven C c *c* c; 2 : 3, 1 : 3, 1 : 6 die Quinten C G, C g, C *g*; 3 : 4, 3 : 8 die Quarten C F, C f, 4 : 5, 2 : 5, 1 : 5 die grossen Tertzen C E, C e, C *e*; 5 : 6 die kleine Tertz C ♭E, 3 : 5 die grosse Sext g *e*, und endlich 5 : 8 die kleine Sext E c. Wir bekommen auch hiermit zwey vollkommene Triaden C E G und F A c. und zwey weniger vollkommene C ♭E G und F ♭A c.

Wer sie hören will, der ziehe nur 7 Saiten von gleicher Dicke auf, stimme solche alle in den reinesten Einklang, und setze hernach die beweglichen

Stege in die gezeigten Theile, so wird er sich über die Reinigkeit der Consonantzen, und über die reinen Triaden zu verwunden haben. „Wer nun „die Triades (schreibt Neidhardt) anschlägt, und „durch ihr Wellen-förmiges, reines, angeneh„mes, liebliches, sanfftes und süsses Beben nicht „gerühret wird, der muß etwas weniger als ein „Mensch seyn.

Will man den armen ausgeschlossenen Septenar, welcher die erste Dissonantz gibt, hören, so theile man eine Linie in 7. Theile, und schlage 4 davon an, so wird sich auf einen 2 füßigen Canon das *b* hören lassen, welches die Trompet zwischen *g* und *c* hat; Man muß aber zwey Saiten ins *c* stimmen, wie es die Trompet angibt; und damit kan man überzeuget werden, daß dieses *b* gegen das vorgehende *g* sich nicht wie 5:6, sondern wie 6:7 verhalte, und also Herr Mattheson in seinen Trompeten-Intervallen-Verhältniß-Plan, wie er im Kern, Capellmeister, dann in der Mizlerischen Bibliothek und Herrn P. Spießens Tractat stehet, sich geirret, seine Herren Nachschreiber aber zu leichtglaubig gewesen.

Mit dem ✗f der Trompet, so auf die Zahl 11. fällt, kan man es eben so probiren, wenn man die halbe Linie oder Saite in 11. Theile theilt, und 8 davon anschlägt; ingleichen mit dem a, da man die halbe Saite in 13 Theile theilt und 8. davon anschlägt.

Von der siebenden Zahl will noch dieses gedencken: Ob sie schon mit 1. 2. 3. 4. 5 und 6. nicht

har-

harmoniren will, so macht sie doch reine Consonantzen, wenn sie in sich selber getheilt wird, als in 1 : 6 eine dreyfache Quint, in 2 : 5 eine zweyfache grosse Tertz, und in 3 : 4 eine Quart, welches ein Nachdencken verdienet.

Wegen der Saiten so man aufs Monochord ziehet, ist noch dieses zu gedencken, daß es keine Darm- sondern Drat-Saiten, etwa No. 6. weiß seyn müssen. Man muß auch die Saiten nicht mit dem Finger, sondern mit einem Federkiel anschlagen.

Eine kleine Ubung bringt in dieser Meß-Kunst eine grosse Fertigkeit zu Wege.

Noch eins: Das Ausmessen und abtheilen geschiehet von der Rechten zur Lincken.

Bist du nun von den Verhältnissen der Intervallen, und wie sie aufs Monochord zu tragen gnugsam unterrichtet, so will ich dir künftighin auch Unterricht ertheilen, wie die Verhältnisse zusammengesetzt, (addirt) verbunden, (copulirt) oder vervielfältiget (multipliciret) getheilet (medirt oder dividirt) abgezogen (subtrahiret), verglichen (comparirt oder äquiparirt) werden, als welche Arten nöthig sind, wenn man eine Temperatur ausrechnen will.

Schüler.

Vor den bisherigen deutlichen Unterricht sage gehorsamen Danck, und auf den künfftigen freue ich mich; Inzwischen will mich dem Herrn Magister gehorsamst empfehlen.

Dritte Lection.

Von der Zusammensetzung (Addition) der Verhältnisse.

Schüler:

Mein Hochgeehrtester Herr Magister haben neulich gütigst versprochen, mir zu lehren, wie die Verhältnisse zusammen gesetzet werden. Ich will denn gehorsamst darum bitten.

Lehrmeister.

Es wäre wohl besser gethan, wenn wir zu erst die Theilung der Verhältnisse vor die Hand nähmen; denn da würdest du sehen, daß die Octav alle einfache Intervallen in sich schliesset, und daß durch derselben Theilung die andern so denn hervor kommen müssen. Weil aber die Zusammensetzung leichter zu begreiffen, so wollen wir die Theilung noch etwas bey Seite setzen.

Mercke demnach, daß durch die Zusammensetzung zwey und mehrere Intervallen zusammen in eins gebracht werden.

Dieses geschicht, wenn man die Verhältnisse, die man zusammen bringen will, unter einander setzt, so daß die grössern Zahlen der Verhältnisse zur Lincken, die kleinern aber zur Rechten gesetzt, und hernach so wohl die grössern als kleinern mit einander multipliciret werden.

Schü-

Schüler.

Ich bitte mir einige Aufgaben davon aus.

Lehrmeister.

Die I. Aufgabe.

Eine Quint und eine Quart machen eine Octav zusammen aus. z. E:

	3	: 2		c	g
	4	: 3		g	c
	12	: 6			
6)					
	2	: 1		c	c

Hier ist 2 mal 3, 6, und 2 mal 4, 12. 12 gegen 6 ist der Verhalt der Octav, und wird durch die 6) in seine kleineste Termine gebracht; als 6 in 12 zweymahl, und in 6 einmahl. Da muß man nun allemahl einen solchen Aufheber suchen, der einen Verhalt in seine Wurtzel-Zahlen setzen kan.

Die II. Aufgabe.

Eine grosse Tertz und kleine Sext machen auch eine Octav aus. Z. E.

	5	: 4	C	E
	8	: 5	E	c
	40	: 20		
20)				
	2	: 1		

Die III. Aufgabe.

Eine kleine Tertz und grosse Sext machen auch eine Octav aus. Z. E.

```
      6 : 5
      5 : 3
    ---------
     30 : 15
15) -----------
      2 : 1.
```

Die IV. Aufgabe.

Drey grosse Tertzen machen keine Octav aus, sondern es muß noch die Diesis 128 : 125. hinzu gethan werden. Z. E.

```
1.        5 :     4   C   E
2.        5 :     4   E  ♯G
        ------------
         25 :    16
3.        5 :     4  ♯G  ♯H
        ------------
        125 :    64   C  ♯H
        128 :   125  ♯H   c   Diesis
       --------------
       1000     320
        250     128
        125      64
      -------------------
      16000 :  8000
8000) -------------------------
          2       1.
```

Die V. Aufgabe.

Vier kleine Tertzen überschreiten die Octav um den Verhalt 648 : 625, welcher eine Die-

ſin 128 : 125, und ein Comma 81 : 80 ausmacht. Z. E.

1.	6	:	5	C bE
2.	6	:	5	bE bG
	36	:	25	
3.	6	:	5	bG bbH
	216	:	125	
4.	6	:	5	bbH bbd
	1296	:	625	
	1	:	2	Octav welche abgezogen wird.
	1296	:	1250	
2)				
	648	:	625	Dieſis mit dem Comma als Uberſchuß.

Anmerckung.

So viel drey groſſen Tertzen an der Octav mangelt, ſo viel haben 3. kleine Sexten, innerhalb der Octav angebracht, zu viel; und ſo viel 4. kleine Tertzen über die Octav zu viel haben, ſo viel haben 4 groſſe Sexten innerhalb der Octav zu wenig.

Hier haben wir nun ſchon einen Beweiß, daß man ſo wohl auf dem Clavier, als auch andern Inſtrumenten die groſſen Tertzen nicht vollkommen reine haben kan, ſondern man muß einer jeden noch $\frac{1}{3}$ von der Dieſi zu ſetzen, ſoll anders z. E. bA c als eine Tertz paßiren, nnd ✕G auch ein bA abgeben. Und da 4 kleine Tertzen zu

 hoch

hoch kommen, und die Octav überschreiten, so liegt der Beweiß am Tage, daß man einer jeden was nehmen müsse, damit ihr Uberschuß weg komme. Was geben, heißt nun über sich schwebend machen, oder ein Intervall vergrössern; was nehmen, heißt abwerts schwebend machen, oder ein Intervall verkleinern; wovon künfftig ein mehrers.

Die VI. Aufgabe.

Drey reine Quinten geben eine grosse Sext, die um ein Comma 81 : 80 grösser ist, als die reine im Verhalt 5 : 3. z. E.

1.	3	:	2	C G
2.	3	:	2	G d
	9	:	4	
3.	3	:	2	d a
	27	:	8	C a
	3	:	10	abgezogen, bleibt
	81	:	80	Comma Uberschuß.

Daß 3 : 10 der Verhalt einer zweyfachen grossen Sext sey, wird man aus der ersten Unterredung gelernet haben. Wenn man nun an statt der die Octav überschreitenden Quint G d, die abwerts steigende Quart G D 3 : 4 nimmt, so wird nur die einfache grosse Sext abgezogen. z. E:

1.	3	:	2	C G	
2.	3	:	4	G D	
	9	:	8		
3.	3	:	2	D A	
	27	:	16		
	3	:	5	grosse Sext, die abgezogen wird.	
	81	:	80	Comma, als der Uberschuß.	

Anmerckung.

Wenn nun ein Violinist seine 3. Quinten g d a e alle vollkommen rein stimmt, so macht sein g mit dem e eine grosse Sext aus, die ein Comma grösser oder höher ist als dir reine. Nun kan sie in der Temperatur wohl $\frac{5}{6}$ vom Comma vortragen, aber ein gantzes Comma ist zu viel.

Die VII. Aufgabe.

Eine Quart und grosse Tertz machen eine grosse Sext aus. z. E:

	4	:	3	C F
	5	:	4	F A
	20	:	12	
4)				
	5	:	3	C A.

Die VIII. Aufgabe.

Zwölff Quinten innerhalb der Octav angebracht sind höher als die Octav um das Comma ditonicum 531441 : 524288.

Hier stehet der Beweiß:

1.	3	:	2	C : G
2.	3	:	4	G : D
	9	:	8	C : D
3.	3	:	2	D : A
	27	:	16	C : A
4.	3	:	4	A : E
	81	:	64	C : E
5.	3	:	2	E : H
	243	:	128	C : H
6.	3	:	4	H : ♯F
	729	:	512	C : ♯F
7.	3	:	4	♯F : ♯C
	2187	:	2048	C : ♯C
8.	3	:	2	♯C : ♯G
	6561	:	4096	C : ♯G
9.	3	:	4	♯G : ♯D
	19683	:	16384	C : ♯D
10.	3	:	2	♯D : ♯A
	59049	:	32768	C : ♯A
11.	3	:	4	♯A : ♯E
	177147	:	131072	C : ♯E
12.	3	:	2	♯E : ♯H
	531441	:	262144	C : ♯H
	1	:	2	c : C abgezogen,
				bleibt übrig
	531441	:	524288	Comma diton.

um welches die zwölffte Quint über die Octav zu hoch hinaus kömmt, ob sie gleich in Buchstaben dieselbe nicht erreicht; denn C ✕H stellet in Buchstaben nur die grösseste Septime vor.

Anmerckung.

Hier ist der unwidersprechliche Beweiß, daß man alle Quinten nicht vollkommen rein stimmen darff, soll anders die zwölffte die Octav (die je und alle Zeit rein seyn muß) nicht überschreiten, oder die zwölffte, wenn die Octav rein gestimmet ist, um dieses Comma zu klein, ingleichen alle Tertzen und Sexten falsch werden. Dieses Comma ditonicum ist aber um das Schisma 32805 : 32768 grösser als das Comma syntonum 81 : 80, wie solches durch die Zusammensetzung zu beweisen:

Die IX. Aufgabe.

32805	:	32768	Schisma
81	:	80	Comma synt.
32805		.....	
262440		.....	
2657205	:	2621440	
5) 531441	:	524288.	

Ein Schisma aber ist das kleineste Zwölfftheil von dem in 12. Theile getheilten Commate dit. Hier siehet man nun schon, daß es bey Berechnung, Ausmessung und Stellung einer Temperatur darauf ankomme, daß diß Comma unter die 12. Quinten vertheilt werde.

Schüler.

So werden 12 Quarten oder absteigende Quinten

ten um dieses Comma dit. zu tief kommen, und abwerts die Octav um dasselbe überschreiten?

Lehrmeister.

Es kan nicht anders kommen, ob es wohl denen Buchstaben und dem Noten-Plane nach scheinet, als ob man mit der Zwölfften, welche bbG bbD wird, zu hoch käme; Hier stehet der Beweiß:

Die X. Aufgabe.

1.	4	:	3	C	F
2.	4	:	3	F	bH
	16	:	9	C	bH
3.	2	:	3	bH	bE
	32	:	27	C	bE
4.	4	:	3	bE	bA
	128	:	81	C	bA
5.	2	:	3	bA	bD
	256	:	243	C	bD
6.	4	:	3	bD	bG
	1024	:	729	C	bG
7.	4	:	3	bG	bC
	4096	:	2187	C	bC
8.	2	:	3	bC	bF
	8192	:	6561	C	bF
9.	4	:	3	bF	bbH
	32768	:	19683	C	bbH
10.	2	:	3	bbH	bbE
	65536	:	59049	C	bbE
11.	4	:	3	bbE	bbA
	262144	:	177147	C	bbA
12.	2	:	3	bbA	bbD
	524288	:	531441	C	bbD

Also stehet dieses bbD ein Comma dit. tiefer als C, ob es wohl im Noten-Plan die kleineste Secund zu C ausmacht.

Schü-

Schüler.

Das ist ja wunderlich! Bey dem Quinten-Circkel kömmt man mit den Zahlen und mit dem Klange über die Octav hinaus, und mit dem Buchstaben erreicht man sie nicht, weil das Ende der zwölfften Quinte ✕H und nicht c ist, als:

C - G - D - A - E - H - ✕F - ✕C - ✕G -
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
✕D - ✕A - ✕E - ✕H
10. 11. 12.

Und bey dem Quarten-Circkel ists umgekehrt. Da erlangt man mit den Zahlen bey der zwölften Quarte die Octav nicht; mit den Buchstaben aber wird sie überschritten, weil der letzte bbD und nicht c ist, als:

C - F - bH - bE - bA - bD - bG - bC - bF - bbH -
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
bbE - bbA - bbD
11. 12.

Lehrmeister.

Mit denen Noten hat es gleiche Bewandniß, weil man mit denselben auch nicht wieder zum Ursprung, sondern mit allen Intervallen in einen Schnecken-Circkel kömmt. z. E. Nur mit denen grossen Tertzen:

C E

C	E	Gs	Hs
G	H	Ds	xF
D	Fs	As	xC
F	A	Cs	Eis.

Doch wir kehren wieder zu ünserer Addition, von welcher ich noch einige kleine Aufgaben geben will, die ihren Nutzen haben.

Die XI. Anfgabe.

Ein grosser und ein kleiner gantzer Ton machen eine grosse Tertz aus;

	9 : 8		c	d
	10 : 9		d	e
	90 : 72			
18)	5 : 4		c	e

Die XII. Aufgabe.

Die grosse Tertz und der grosse Ton machen den Triton 45 : 32 aus:

5 : 4	c	e
9 : 8	e	fs
45 : 32	c	fs

Die XIII. Aufgabe.

Die Quarte und das kleine Limma machen auch den Triton aus:

4 : 3

4 :	3	c	f
135 :	128	f	fs
540 :	384		
12) 45 :	32.	c	fs

Die XIV. Aufgabe.

Die Quarte und der grössere halbe Ton machen die kleinere Quint aus:

4 :	3
16 :	15
64 :	45.

Anmerckung:

Ein Triton ist also um ein Diaschisma kleiner als die kleinere Quint, wie wir solches bey der Subtraction erfahren werden.

Die XV. Aufgabe.

Limnia minus und Diaschisma machen den grössern halben Ton (Semitonium majus) aus:

135 :	128
2048 :	2025
1080	640
540	256
270	256
276480 :	259200. (17280)
10) 27648 :	25920
6) 4608 :	4320
8) 576 :	540
6) 96	90
6) 16 :	15.

Anmer-

Anmerckung.

Da die kleinere Quint um ein Diaschisma grösser ist als der Triton, so wird dem Triton 45 : 32 das halbe Diaschisma zu gesetzt, alsdenn findet man den temperirten Triton. Die Helffte findet man durch Extraction der Quadrat-Wurtzel, wozu in der letzten Lection Anweisung gegeben werden wird.

Die XVI. Aufgabe.

Limma majus und der kleinere halbe Ton machen den grossen Ton aus:

27 : 25	das grosse Limma.
25 : 24	der kleinere halbe Ton.
135 : 100	
54 50	
675 : 600	
5)		
135 : 120	
5)		
27 : 24	
3)		
9 : 8	

Die XVII. Aufgabe.

Der grössere halbe Ton und der kleinere halbe Ton machen den kleinern Ton aus:

16	:	15	der grössere halbe Ton.
25	:	24	der kleinere halbe Ton.
400	:	360	
40) 10	:	9	der kleine Ton.

So viel möchte von der Zusammensetzung der Verhältnisse genug seyn.

Schüler.

Ich sage gehorsamen Danck vor den guten Unterricht.

Vierdte Lection.

Von der Subtraction der Verhältnisse.

Lehrmeister.

Wir wollen nun das Abziehen der Verhältnisse vor uns nehmen. Da versteht sich's nun gar leicht, daß man allemahl einen kleinern Verhalt von einem grössern abziehen müsse. Einen grössern Verhalt von einen kleinern zu unterscheiden dienet folgende Regel: Je näher die Enden eines Verhalts der Unität sind, je grösser ist er; und hingegen: Je weiter die Enden eines Verhalts in die Vielheit gehen, je kleiner ist der Verhalt. z. E. Der Verhalt der Octav 1 : 2 ist der Unität am nechsten, und sie ist doch das grösseste Intervall unter den ein-

einfachen. Und der Verhalt des Comma 81 : 80 gehet schon ziemlich in die Vielheit, und ist doch ein gar kleiner Verhalt gegen 2 : 1. Dieses aber hat nur statt im übertheiligen und übertheilenden Geschlecht. Im Vielfachen oder reinen Verhalt aber ist es umgekehrt, denn der Verhalt 3 : 1 ist grösser als 2 : 1 und 4 : 1 ist wieder grösser als 3 : 1.

Die Zusammensetzung bringet zwey und mehrere Intervallen oder Verhältnisse in eins; Das Abziehen aber macht ein grösseres Intervall oder Verhalt kleiner, weil was davon abgezogen wird.

Die einfältigste und leichteste Art des Abziehens ist diese: Man setzet das grössere Intervall, wie oben bey der Zusammensetzung geschehen, daß das grössere Ende, oder der Vorsatz zur Lincken, und das kleinere Ende oder der Nachsatz zur Rechten kommt. Das kleinere Intervall, oder vielmehr dessen Verhalt aber wird verkehrt drunter gesetzt, nemlich der Nachsatz unter des grössern Vorsatz, und der Vorsatz unter des grössern Nachsatz. Hernach multipliciret man den Nachsatz mit des andern Vorsatz, und den Vorsatz mit des andern Nachsatz, oder die unter einander stehende Zahlen mit einander. Folgende Aufgaben werden die Sache deutlicher machen.

Die I. Aufgabe

Wenn von der Octav eine Quint abgezogen wird, so bleibet eine Quarte nach:

c	c	2	:	1	Octav
c	g	2	:	3	Quint die abgez. wird.
g	c	4	:	3	Quart die nachbleibt.

Stünde aber das grössere Intervall verkehrt, so wird das kleinere recht drunter gesetzt; z. E. Die vorige Aufgabe auf solche Art.

1	:	2	C	c
3	:	2	c	F
3	:	4	F	C

Die II. Aufgabe.

Wenn von dem grossen Ton der kleine halbe Ton abgezogen wird, so bleibt Limma majus nach:

	9	:	8	C	D
	24	:	25	C	✕C
	216	:	200		
8)	27	:	25	✕C	D.

Die III. Aufgabe.

Wenn von dem kleinern gantzen Ton der grosse halbe Ton abgezogen wird, so bleibt der kleine halbe Ton nach.

	10	:	9	d	e	der kleine Ton.
	15	:	16	d	ds	der grosse halbe Ton.
	150	:	144			
6)	25	:	24	ds	e	der kleine halbe Ton.

Schüler.

Ich bitte um Erlaubniß auch eine Aufgabe zu machen. Ich will sehen was übrig bleibt wenn von dem grössern gantzen Ton das kleine Limma abgezogen wird?

Die IV. Aufgabe.

	9	:	8	f	g
	128	:	135	f	fs
	1152	:	1080		
6)					
	192	:	180		
6)					
	32	:	30		
2)					
	16	:	15	fs	g

Also bleibt der grosse halbe Ton übrig?

Lehrmeister.

Ja. Wenn du aber auf einmahl den Verhalt 1152 : 1080 in seine kleineste Enden setzen soltest, was würde wohl vor eine Zahl zum Aufheber nöthig seyn?

Schüler.

So viel habe aus der gemeinen Rechen-Kunst gelernet. Man muß die drey Zahlen, mit welchen man den Verhalt in seine Wurtzel-Zahlen gesetzt hat, mit einander multipliciren. Als im obigen Exem-

Exempel sage ich: 6 mal 6 ist 36, und 2 mal 36 ist 72, und mit dieser Zahl läßt sich der Verhalt 1152 : 1080 auf einmahl in seine Wurtzel-Zahlen setzen, als

1152 / 72	16	1080 / 72	15

Lehrmeister.

Gut, mein lieber Schüler! Wie schön ists doch, wenn man sich mit der Rechen-Kunst wohl bekannt macht!

Nun wollen wir sehen, was vor ein Unterschied unter den viererley halben Tönen, als dem grossen Limma und grossem halben Ton, dem kleinem Limma und dem kleinem halben Ton ist.

Die V. Aufgabe.

Das grosse Limma ist um das Comma 81 : 80 grösser als der grosse halbe Ton.

27	:	25	das grosse Limma
15	:	16	der grosse halbe Ton.
135		150	
27		25	
405	:	400	
5)			
81	:	80	Comma.

Die VI. Aufgabe.

Das grosse Limma ist um die Diesis grösser als das kleine Limma.

27	:	25	grosses Limma.
128	:	135	kleines Limma.
216		125	
54		75	
27		25	
3456	:	3375	
9)			
384	:	375	
3)			
128	:	125	Diesis.

Die VII. Aufgabe.

Das grosse Limma ist um eine Diesis und ein Comma grösser als der kleine halbe Ton.

27	:	25	grosses Limma.
24	:	25	kleiner halber Ton.
108	:	125	
54	:	50	
648	:	625	Diesis mit dem Comma.

Die VIII. Aufgabe.

Wenn nun von diesem Verhalt das Comma abgezogen wird, bleibt die Diesis nach. e. g:

	648 :	625	
	80 :	81	
	51840 :	50625	
5)	10368 :	10125	
9)	1152 :	1125	
9)	128 :	125.	Rest.

Die IX. Aufgabe.

Der grosse halbe Ton ist um das Diaschisma grösser als das kleine Limma.

16 :	15	grosser halber Ton.
128 :	135	kleines Limma.
128	75	
32	45	
16	15	
2048 :	2025	Diaschisma.

Die X. Aufgabe.

Der grosse halbe Ton ist um die Diesin grösser als der kleine halbe Ton.

	16 :	15	grosser halber Ton.
	24 :	25	kleiner halber Ton.
	384 :	375	
3)	128 :	125	Diesis.

Die XI. Aufgabe.

Das kleine Limma ist um das Comma synt. grösser als der kleine halbe Ton.

135	:	128	kleines Limma.
24	:	25	kleiner halber Ton.
540		640	
270		256	
3240	:	3200	
5)			
648	:	640	
8)			
81	:	80	Comma.

Die XII. Aufgabe.

Das Comma synt. ist um ein Schisma grösser als das Diaschisma:

NB. Hier ist das Diaschisma oben gesetzt, allein das kleine Ende vorerst.

2025	:	2048	
81		80	
164025	:	163840	
5)			
32805	:	32768	Schisma.

Die

Die XIII. Aufgabe.

Das Comma ditonicum ist auch um das Schisma grösser als das Comma synt.

531441	:	524288	
80	:	81	
42515280	:	42467328	(1296)
32805	:	32768.	

Die XIV. Aufgabe.

Die falsche Quint (Quinta falsa) ist um das Diaschisma grösser als der Triton:

64	:	45	falsche Quint.
32	:	45	Triton.
128		225	
192		180	
2048	:	2025	Diaschisma.

Nun wären wir schon im Stande, so wohl das verbesserte Diatonische, als auch das chromatische Klang-Geschlecht, wie es in Neidhardts Temperatur p. 22. und 30. und in Matthesons grossen General-Baß-Schule p. 133. enthalten, zu berechnen, oder davon Red- und Antwort zu geben, warum deren Intervalle so verschiedener Grösse sind. Das erste siehet also aus:

Inter-

GENUS DIATONICUM.

Intervalla.	Tonus maj.		Tonus min.
Proportiones.	9 --- 8.		10 ---- 9.
Proport. copul.	180.	160.	144.
Claves.	C.	D.	E.

Hemit. maj.	Tonus maj.
16 ---- 15.	9 ---- 8.
135.	120.
F.	G.

Tonus min.	Tonus maj.
10 ---- 9.	9 ----- 8.
108.	96.
A.	H.

Hemit. maj.
16 ----- 15.
90.
c.

CALCULUS.

C	D	9 --- 8	Tonus major.
	E	5 --- 4	Tertia major.
	F	4 --- 3	Quarta.
	G	3 --- 2	Quinta.
	A	5 --- 3	Sexta major.
	H	15 --- 8	Septima major.
	c	2 --- 1	Octava.

D	E	10 --- 9	Tonus min.
	F	32 --- 27	Tertia min. comm. def.
	G	4 --- 3	Quarta.
	A	40 --- 27	Quinta comm. def.
	H	5 --- 3	Sexta major.
	c	16 --- 9	Septima min. comm. def.
	d	2 --- 1	Octava.
E	F	16 --- 15	Hemit maj.
	G	6 --- 5	Tertia minor.
	A	4 --- 3	Quarta
	H	3 --- 2	Quinta.
	c	8 --- 5	Sexta minor.
	d	9 --- 5	Septima minor.
	e	2 --- 1	Octava.
F	G	9 --- 8	Tonus major.
	A	5 --- 4	Tertia major.
	H	45 --- 32	Quarta hemit. min. & com. ab.
	c	3 --- 2	Quinta.
	d	5 --- 3	Sexta major.
	e	15 --- 8	Septima major.
	f	2 --- 1	Octava.
G	A	10 --- 9	Tonus minor.
	H	5 --- 4	Tertia major.
	c	4 --- 3	Quarta.
	d	3 --- 2	Quinta.
	e	5 --- 3	Sexta major.
	f	16 --- 9	Septima min. comm. def.
	g	2 --- 1	Octava.

A	H	9 -- 8	Tonus major.
	c	6 -- 5	Tertia minor.
	d	27 -- 20	Quarta comm. ab.
	e	3 -- 2	Quinta.
	f	8 -- 5	Sexta minor.
	g	9 -- 5	Septima minor.
	a	2 -- 1	Octava.

H	c	16 -- 15	Hemit. majus.
	d	6 -- 5	Tertia minor.
	e	4 -- 3	Quarta.
	f	64 -- 45	Quinta hem. min. & com. def.
	g	8 -- 5	Sexta minor.
	a	16 -- 9	Septima minor comm. def.
	h	2 -- 1	Octava.

Schüler.

Warum muß C D der grosse Ton, und D E der kleine Ton seyn?

Lehrmeister.

Verlangt man zu G abwerts eine reine Quart D, so wird C D der grosse Ton.

Die XV. Aufgabe.

3 : 2		C	G
3 : 4		G	D
9 : 8		C	D

Schüler.

Schüler.

Warum aber muß D E der kleine Ton seyn?

Lehrmeister.

Ziehe von der Terz C E den grossen Ton ab, so bleibt der kleine Ton übrig.

Die XVI. Aufgabe.

5	-	4	C	E	
8	-	9	C	D	
40	:	36			
4)					
10	:	9	D	E.	

Schüler.

So wird der grosse halbe Ton nachbleiben, wenn von der Quart die grosse Terz abgezogen wird?

Lehrmeister.

Nicht anders. Hier stehet der Beweiß.

Die XVII. Aufgabe.

4	:	3	C	F
4	:	9	C	E
16	:	15	E	F

Schü-

Schüler.

Warum wird aber die Quint D A um ein Comma zu klein?

Lehrmeister.

Ziehe von der Sext C A den grossen Ton ab, so wird die Quint, welcher ein Comma mangelt, nachbleiben.

Die XVIII. Aufgabe.

5	:	3	C	A	
8	:	9	C	D	
40	:	27	D	A	Quint, welcher ein Comma mangelt.

Wird nun das Comma darzu addirt, so wird die Quint vollkommen:

	40	:	27
	81	:	80
	3240	:	2160
10)			
	324	:	216
6)			
	54	:	36
6)			
	9	:	6
3)			
	3	:	2

Nun

Nun wirst du leicht urtheilen können, warum F G der grosse Ton, G A der kleine Ton, A H wiederum der grosse Ton, und H c der grosse halbe Ton seyn müsse. Wenn nemlich von der Quint C G die Quarte C F abgezogen wird, so bleibt F G der grosse Ton nach.

Die XIX. Aufgabe.

3	:	2		C	G
3	:	4		C	F
9	:	8		F	G

Ziehen wir von der Terz F A den grossen Ton ab, so bleibt G A der kleine Ton übrig. Und ziehen wir von der kleinen Terz A c den grossen Ton ab, so bleibt der grosse halbe Ton h c übrig.

Schüler.

So wird D F darum die um ein Comma zu kleine Terz minor seyn, weil der von der Quarte abgezogene grosse Ton dergleichen Terz hinterläßt?

Lehrmeister.

Es ist leicht zu ermessen. Wenn nun das Ohr die Quint D A, welche ein gantzes Comma zu klein wird, vertragen könte, so wäre dieses Klang-Geschlecht unverbesserlich, weil es lauter reine grosse Tertzen, auch 3. reine kleine Tertzen, ingleichen 5 reine Quinten 2c, hat. Herr Neidhardt schreibt

von demselben in seiner Temperatur: „Ob es wohl „verschiedene unreine Intervalle habe; so sey es „doch auch einem Engel im Himmel un„möglich eine bessere Scalam Diatonicam „auszugrübeln.„ Von Didymo, welcher die wahre Ration der grossen Tertz, und mithin dieses Geschlecht erfunden, schreibet er (nachdem er vorher das pythagorische Klang-Geschlecht, in welchen die Tertzen und Sexten alle falsch waren, beschrieben,) also: „Also hat abermahls ein Heyde „(Pythagoras war der erste) die Ehre gehabt ein „wunderbahres Stück der göttlichen Weißheit zu „entdecken. Hernach ist er auf Printzen ungehalten, daß er dem Didymus diesen Ruhm entziehen, und dem Zarlin bey legen wollen.

Schüler.

Wer ist denn dieser Didymus gewesen, und wenn hat er gelebet?

Lehrmeister.

Er ist ein Gelehrter, und von Alexandria gebürtig gewesen, soll auf die 4000. Bücher geschrieben, und 38. Jahr vor Christi Gebuhrt floriret haben. S. Hederichs Notit. Auctor. antiqu. p. 315.

Schüler.

Wie ist denn das Pythagorische Klang-Geschlecht beschaffen gewesen?

Lehr-

Lehrmeister.

Es macht lauter grosse Töne bey C D, D E, F G, G A, A H, im Verhalt 9 : 8, und der halbe Ton bey E F und H c steht im Verhalt 256 : 243 welcher ein Comma kleiner ist als der grosse halbe Ton 16 : 15. Mithin musten alle grosse Tertzen ein Comma zu hoch, die kleinen Sexten so viel zu tief; Die kleinen Tertzen um so viel zu niedrig, und die grossen Sexten so viel zu hoch seyn ꝛc. Siehe Neidhardts Temperatur p. 19.

Schüler.

Ist denn Pythagoras viel älter als Didymus?

Lehrmeister.

Dieser Grau-Barth, welcher die Verhältnisse unserer musikalischen Intervallen zu erst erfunden, hat ohngefehr 530. Jahr vor Christi Gebuhrt gelebet. Besiehe von demselben Printzens Historische Beschreibung der edlen Sing- und Kling-Kunst p. 53.

Schüler.

Ich bitte mir nun auch von dem chromatischen Klang-Geschlecht Nachricht aus.

Lehrmeister.

Bey dem chromatischen Klang-Geschlecht liegt das diatonische zum Grunde, und es kömmt nur

darauf an; daß die Claves Cs, Ds, Fs, Gs und B so eingerichtet werden, daß Cs zu A, Ds als ♭E zu G, Fs zu D, Gs zu E und B zu D reine Tertzen abgeben, die übrigen Intervalle mögen gerathen wie sie können. Die Scala von demselben siehet in der Neidhardts Temperatur also aus:

GENUS DIATONICO-CHROMATICUM.

	Hem. min.	Limma maj.	Hem. maj.
	25 - 24.	27 - 25.	16 - 15.
900	864.	800.	750.
C	Cs	D	Ds --
Hem. min.	Hem. maj.	Limma min.	
25 - 24.	16 - 15.	135 - 128.	
720.	675.	640.	
E	F	Fs --	
Hem. maj.	Hem. min.	Hem. maj.	
16 - 15.	25 - 24.	16 - 15.	
600.	576.	540.	
G	Gs	A --	
Limma maj.	Hem. min.	Hem. maj.	
27 - 25.	25 - 24.	16 - 15.	
500.	480.	450.	
B	H	c	

CALCULUS.

C	Cs	25 - 24	Hem. min.
	D	9 - 8	Tonus major.
	Ds	6 - 5	Tertia minor.
	E	5 - 4	Tertia major.
	F	4 - 3	Quarta.
	Fs	45 - 32	Tritonus.
	G	3 - 2	Quinta.
	Gs	25 - 16	Sexta min. diesi def.
	A	5 - 3	Sexta major.
	B	9 - 5	Septima minor.
	H	15 - 8	Septima major.
	c	2 - 1	Octava.

Cs	D	27 - 25	Limma majus.
	Ds	144 - 125	Tonus maj. diesi abundans.
	E	6 - 5	Tertia minor.
	F	32 - 25	Tertia maj. diesi abund.
	Fs	27 - 20	Quarta comm. abund.
	G	36 - 25	Quinta hem. min. def.
	Gs	3 - 2	Quinta.
	A	8 - 5	Sexta minor.
	B	216 - 125	Sexta maj. diesi & comm. ab.
	H	9 - 5	Septima minor.
	c	48 - 25	Septima maj. diesi ab.
	cs	2 - 1	Octava.

D	Ds	16 - 15	Hem. maj.
	E	10 - 9	Tonus minor.
	F	32 - 27	Tertia min. comm. def.
	Fs	5 - 4	Tertia major.
	G	4 - 3	Quarta.
	Gs	25 - 18	Quarta hem. min. ab.
	A	40 - 27	Quinta comm. def.
	B	8 - 5	Sexta minor.
	H	5 - 3	Sexta major.
	c	16 - 9	Sept. min. comm. def.
	cs	50 - 27	Sept. maj. comm. def.
	d	2 - 1	Octava.

Ds	E	25 - 24	Hem- minus.
	F	10 - 9	Tonus min.
	Fs	75 - 64	Tertia min. diesi def.
	G	5 - 4	Tertia major.
	Gs	125 - 96	Quarta diesi def.
	A	25 - 18	Quarta hem. min. ab.
	B	3 - 2	Quinta.
	H	25 - 16	Sexta min. diesi def.
	c	5 - 3	Sexta major.
	cs	125 - 72	Sept. min. diesi & comm. def.
	d	15 - 8	Septima major.
	ds	2 - 1	Octava.

E	F	16 - 15	Hemit. majus.
	Fs	9 - 8	Tonus major.
	G	6 - 5	Tertia min.
	Gs	5 - 4	Tertia major.
	A	4 - 3	Quarta.
	B	36 - 25	Quinta hem. min. def.
	H	3 - 2	Quinta.
	c	8 - 5	Sexta min.
	cs	5 - 3	Sexta maj.
	d	9 - 5	Septima min.
	ds	48 - 25	Septima maj. diesi ab.
	e	2 - 1	Octava.

F	Fs	135 - 128	Limma minus.
	G	9 - 8	Tonus major.
	Gs	75 - 64	Tertia min. diesi def.
	A	5 - 4	Tertia major.
	B	27 - 20	Quarta comm. ab.
	H	45 - 32	Tritonus.
	c	3 - 2	Quinta.
	cs	25 - 16	Sexta min. diesi def.
	d	27 - 16	Sexta maj. comm. ab.
	ds	9 - 5	Septima min.
	d	15 - 8	Septima maj.
	f	2 - 1	Octava.

Fs	G	16 - 15	Hem. mai.
	Gs	10 - 9	*Tonus* min.
	A	32 - 27	*Tertia* min. comm. def
	B	32 - 25	*Tertia* mai. dief. ab.
	H	4 - 3	Quarta.
	c	64 - 45	Quinta falſa.
	cs	40 - 27	Quinta comm. def.
	d	8 - 5	Sexta min.
	ds	128 - 75	Sexta mai. dieſi ab.
	e	16 - 9	Septima min. comm. def.
	f	256 - 135	Septima mai. Schismate ab.
	fs	2 - 1	Octava.

G	Gs	25 - 24	Hem. min.
	A	10 - 9	*Tonus* min.
	B	6 - 5	*Tertia* min.
	H	5 - 4	*Tertia* mai.
	c	4 - 3	Quarta.
	cs	25 - 18	Quarta hem. min. ab.
	d	3 - 2	Quinta
	ds	8 - 5	Sexta min.
	e	5 - 3	Sexta mai.
	f	16 - 9	Septima min. comm. def.
	fs	15 - 8	Septima mai.
	g	2 - 1	Octava.

Gs	A	16 -	15	Hem. mai.
	B	144 -	125	Tonus mai. diesi ab.
	H	6 -	5	Tertia min.
	c	32 -	25	Tertia mai. diesi ab.
	cs	4 -	3	Quarta.
	d	36 -	25	Quinta hem. min. def.
	ds	192 -	125	Quinta diesi ab.
	e	8 -	5	Sexta min.
	f	128 -	75	Sexta mai. diesi ab.
	fs	9 -	5	Septima min.
	g	48 -	25	Septima mai. diesi ab.
	gs	2 -	1	Octava.

A	B	27 -	25	Limma mai.
	H	9 -	8	Tonus mai.
	c	6 -	5	Tertia min.
	cs	5 -	4	Tertia mai.
	d	27 -	20	Quarta comm. ab.
	ds	36 -	25	Quinta hem. min. def.
	e	3 -	2	Quinta.
	f	8 -	5	Sexta min.
	fs	27 -	16	Sexta mai. comm. ab.
	g	9 -	5	Septima minor.
	gs	15 -	8	Septima maior.
	a	2 -	1	Octava.

B	H	25 - 24	Hemit. min.
	c	10 - 9	Tonus min.
	cs	125 - 108	Tert.min.diesi & comm. def.
	d	5 - 4	Tertia maior.
	ds	4 - 3	Quarta.
	e	25 - 18	Quarta hem.min. ab.
	f	40 - 27	Quinta comm. def.
	fs	25 - 16	Sexta min. diesi def.
	g	5 - 3	Sexta maior.
	gs	125 - 72	Sept.min.dies. & comm.def.
	a	50 - 27	Septima mai. comm. def
	b	2 - 1	Octava.

H	c	16 - 15	Hem. maius.
	cs	10 - 9	Tonus minor.
	d	6 - 5	Tertia min.
	ds	32 - 25	Tertia mai. diesi ab.
	e	4 - 3	Quarta.
	f	64 - 45	Quinta falsa.
	fs	3 - 2	Quinta.
	g	8 - 5	Sexta min.
	gs	5 - 3	Sexta maior.
	a	16 - 9	Septima min. comm. def.
	b	48 - 25	Sept. mai. diesi ab.
	h	2 - 1	Octava.

Schüler.

Warum muß in diesem Klang-Geschlecht C Cs der kleine halbe Ton, und Cs D das grosse Limma seyn?

Lehrmeister.

Es geschicht darum, damit A am Cs eine reine grosse Terz bekomme. Man darff also nur von der grossen Sext C A eine absteigende reine kleine Sext, als die Replique von der grossen Terz, abziehen, so bleibt der kleine halbe Ton, als das Intervall von C zu Cs nach.

Die XX. Aufgabe.

5	:	3	C	A	
5	:	8	A	Cs	
25	:	24	C	Cs	kleiner halber Ton

Wird nun vom grossen Ton C D ein kleiner halber Ton abgezogen, so bleibt das grosse Limma nach:

Die XXI. Aufgabe.

	9	:	8	C	D
	24	:	25	C	Cs
	216	:	200		
8)					
	27	:	25	Cs	D

Schü-

Schüler.

Warum muß aber D Ds der grosse halbe Ton seyn?

Lehrmeister.

Soll G am Ds, welches zu G auch ein ♭E abgeben muß, eine reine grosse Tertz kriegen, so darff man nur von der Quarte D G eine reine grosse Tertz abziehen, so bleibt der grosse halbe Ton nach.

Die XXII. Aufgabe.

4	: 3	D	G	
4	: 5	G	bE	
16	: 15	D	bE.	

Schüler.

Warum muß F Fs das kleine Limma seyn?

Lehrmeister.

Soll D am Fs eine reine grosse Tertz kriegen, so muß man von der grossen Sext F d, welche im diatonischen Geschlecht ein Comma zu groß ist, und im Verhalt 27 : 16 stehet, eine reine kleine Sext ✕F d abziehen, so bleibet F Fs als das kleine Limma nach:

Die XXIII. Aufgabe.

27 :	16	F d	grosse Sext so um ein Comma zu klein.
5 :	8	Fs d	kleine Sext.
135 :	128	F Fs	kleines Limma.

Wenn

Wenn nun vom grossen Ton F G das kleine Limma abgezogen wird, so bleibt der grosse Ton vor Fs G übrig, welches du nun selbst berechnen wirst.

Schüler.

So wird G Gs darum der kleine halbe Ton seyn, damit E am Gs eine reine Tertz bekomme?

Lehrmeister.

Wohl getroffen; und man darff zum Beweiß von der grossen Sext G e nur eine reine kleine Sext abziehen, so bleibt der kleine halbe Ton übrig:

Die XXIV. Aufgabe.

5 : 3	G	e	
5 : 8	Gs	e	
25 : 24	G	Gs	kleiner halber Ton.

Schüler.

Warum Gs A der grosse halbe Ton seyn müsse kan ich nun leicht ermessen, denn wenn von der Quart E A eine reine grosse Tertz abgezogen wird, so bleibt der grosse halbe Ton übrig:

4 : 3	E	A
4 : 5	E	Gs
16 : 15	Gs	A

Lehr-

Lehrmeister.

Wohl getroffen. A B aber muß um des willen das grosse Limma seyn, damit d am B abwerts eine reine grosse Tertz bekomme. Da nun A D im diatonischen Geschlecht eine um ein Comma zu grosse Quart ist, so wird von dieser Quart eine reine grosse Tertz abgezogen, alsdenn bleibet das grosse Limma übrig.

Die XXV. Aufgabe.

	27 :	20	A	D	Quarte, so um ein
	4 :	5	B	d	Comma zu groß.
	108 :	100			
4)					
	27 :	25	A	B	grosses Limma.

B c theilet sich nun wieder in den kleinen und grossen halben Ton wie G A ein.

Anmerckung.

Wenn nun das Gehör Quinten die ein gantz Comma zu klein, und eine gantze Diesin zu groß sind, leiden könnte, so brauchte es der vielen Mühe, die eine gute Temperatur zu berechnen und aufzutrageu kostet, gar nicht, und wir bekämen 8 reine Quinten, als:

1.	C	G
2.	Cs	Gs
3.	bE	B
4.	E	H
5.	F	c

6.	G	d
7.	A	E
8.	H	fs

Drey aber wären jede ein Comma synt. zu klein, als:

1.	D	A
2.	Fs	cs
3.	B	f

und eine, nemlich Gs Ds, wäre eine gantze Diesin zu groß. Wir hätten auch 8 reine grosse Tertzen, als:

1.	C	E
2.	D	Fs
3.	bE	G
4.	E	Gs
5.	F	A
6.	G	H
7.	A	cs
8.	B	d

Viere aber wären jede um eine gantze Diesin zu groß als:

1.	Cs	Eis
2.	Fs	Ais
3.	bA	c
4.	H	ds

Wir bekämen auch 7. reine kleine Tertzen, als.

1.	C	bE
2.	Cs	E
3.	E	G

4. G

4.	G	B
5.	Gs	H
6.	A	c
7.	H	d

Zwey aber, als D F und Fs A wären jede um ein Comma, und eine, nemlich B bd, gar eine Diesin und ein Comma zu klein. Diese letztere nun wolte sehr barmhertzig, die 4. falschen grossen aber sehr barbarisch klingen.

So viel nun die Tertzen zu groß werden, um so viel werden ihre Repliquen, die Sexten zu klein; und so viel die Tertzen zu klein werden, um so viel werden ihre Repliquen, die Sexten zu groß. Ferner: So viel die Quinten zu klein werden, um so viel werden ihre Repliquen die Quarten zu groß; und so auch umgekehrt.

Allein bey einer solchen Einrichtung wolte die Süßigkeit der 15. reinen Triaden durch die 9 falschen sehr vergallet werden; da solte es krumme Mäuler und runtzelichte Stirnen geben.

Und gleichwohl hat Herr Mattheson in seiner Organisten-Probe, und wiederhohlter massen in seiner grossen General-Baß-Schule von einer solchen Einrichtung der Intervallen, die zwar in der Rational-Rechnung ihre Richtigkeit hat, aufs Clavier und Orgel aber von Anfang der Welt bis hieher niemahls gebracht worden, noch künfftig gebracht werden wird noch kan, einen Beweiß von dem Unterschiede der Ton-Arten führen wollen, über welche so mancher Clavier- und Organisten-

Pur-

Pursche Maul und Augen aufgesperret hat, ja einige sollen gar blind von diesem zahlreichen Beweise geworden seyn, und keiner hat sich bis dato finden wollen, der das Hertz gehabt hätte, Herrn Mattheson zu sagen: Herr Capellmeister! Es ist noch nie eine Orgel oder Clavier also gestimmet worden, daher haben Sie sich vergebliche Mühe gegeben, und der Calculus der alten Temperatur, in welcher freylich die Ton-Arten gar sehr unterschieden, siehet gantz anders aus. Wie muß nicht mancher gescheuter Orgelmacher über dieses zweymahl aufgelegte Buch in seinem Hertzen gelachet haben. Es ist nur schade vor die viele Mühe die an das Pfeifgen Doback (*) p. 119. in der grossen General Baß-Schule und p. 74. in der Organisten-Probe gewendet worden.

Es dienet demnach zu wissen, und man kan es sicher glauben, weil es die Erfahrung gnugsam bestätiget, daß das Gehör keine Quinte, die ein gantzes Comma syntonum zu klein, und noch viel weniger eine die eine gantze Diesin, die 2. Commata weniger ein Schisma beträgt, zu groß ist, vertragen kan, weil solche alle Gestalt und Art einer Consonantz verliehren.

(*) Vielleicht ist einigen der Text zu diesem Bachanten Liedgen unbekannt. Er heisset also: Ein Pfeifgen Doback ist eben so gut, als wenn man die Thaler beym Mägdchen verthut ꝛc. Welch eine Ehre ist diesem Liedgen wiederfahren, daß es mit so vieler Mühe durch 12. Ton-Arten versetzet worden!

Eine Quinte kan nicht mehr, als $\frac{1}{6}$ Commatis diton. vertragen, schwebt sie mehr, so wird sie unleidlich. Eine grosse Tertz kan nicht nur $\frac{1}{3}$ Diesis, sondern wohl $\frac{5}{12}$ vertragen, schwebt sie mehr so wird sie unleidlich, wie wolte sie denn eine gantze Diesin vertragen können? Und dennoch hat Herr Mattheson geglaubet, das Gehör wolle die Quint D A ein gantzes Comma kleiner haben als andere. Denn so heisset es in seiner grossen General-Baß-Schule p. 119. „Spräche die Rechen-„kunst das Urtheil, so müste z. E. die Quinte D A „eben wie die andern, in 3-2 bestehen; aber das „Gehör NB. sagt: Halt mit dem Circkel ein; ich „kan das Ding nicht vertragen: D A soll nicht „wie 3-2 seyn, sondern wie 40-27, und das ist „mein ernstlicher Befehl.„ Man solte fast glauben, Herr Mattheson habe sein Lebe-Tage kein Clavier selber gestimmet, sonst würde er bald erfahren haben, wie elend eine Quinte klinge, wenn sie ein gantzes Comma abwerts- und noch greulicher wenn sie eine Diesin aufwerts schwebet.

Eine solche Ausrechnung des chromatischen Klang-Geschlechts die Werckmeister und Neidhardt vor Ihm gemacht haben, dienet nicht zum Beweiß des Unterschieds der Ton-Arten, sondern zum Beweiß der Nothwendigkeit der Temperatur, und da hat sie ihre völlige und ungezweiffelte Richtigkeit. Orgeln und Clavier also zu stimmen, oder in so falschen Intervallen zu singen und zu spielen ist niemahls einem Menschen in den Sinn gekommen, sondern ein Sänger singt

das Pfeifgen-Doback aus dem Cis so reine als aus dem C, und bekümmert sich wenig um Intervallen, die ein Comma oder eine Diesis zu klein oder zu groß sind rc.

Es hätte also Herr Mattheson der vielen Mühe, die Er auf die Vorbereitung zur Organisten-Probe oder General-Baß-Schule gewandt hat, können überhoben seyn. Denn wie kan eine Sache etwas beweisen, die wohl auf dem Pappiere, aber zu einem andern Entzwecke, sonst aber nirgend in der gantzen Welt vorhanden ist?

Die Orgeln in Hamburg werden damahls mehrern Theils, weiß nicht wie jetzo, so gestimmet gewesen seyn, daß bE - bH - F - C - G - D - A - E - H - Fs Cs Gs abwerts schweben, Gs Ds aber sehr aufwerts, wie solches die alte Prätorianische und Printzische Art ist, wobey 8 grosse Tertzen so ziemlich rein, 4 aber als bA c, bG b, bD f, und H ds alzu scharff werden: Aber ich weiß gewiß, und hätte das Hertz 100. Thaler dran zu setzen, daß keine eintzige darunter ist, die 8 reine Quinten, oder 8 vollkommen reine Tertzen hätte, wie mir solches die Herren Orgelmacher allda werden bezeugen müssen.

Es soll also die Ausrechnung eines solchen chromatischen Geschlechts nicht dazu dienen, daß man das Clavier also stimmen solte; sondern dazu, daß man sehe, was daraus entstehe, wenn man so viele gantz reine Quinten und Tertzen verlangt, nemlich 9. unleidliche und gantz unbrauchbare Triaden, da

wir doch heut zu Tage nicht eine, so gar falsche, vertragen können 2c.

Schüler.

Kan man denn der Sache nicht durch Einsetzung mehrerer Tasten helffen, daß man denen falschen Intervallen ausweichen, und reine davor nehmen kan?

Lehrmeister.

Hierauf antwortet dir Herr Neidhardt in seiner Temperatur, wenn es im VI. Capitel, welches von der Verbesserung des diatonisch-chromatischen Geschlechts durch die en-harmonischen Proportionen handelt, also heisset: „Weil man aber „die zwey Fehler (verstehe das Comma und Diesin unmöglich vertragen konte, so gedachten ihnen „einige mit den Proportionibus enharmonicis „(oder unbedachtsam-genannten sub-semitoniis) „abzuhelffen. Erstlich solte an das Genus diatonicum Hand angelegt, und, indem D - A um „81 : 80 zu niedrig war, ein neues A neben A ein„gesetzt werden, das um 81 - 80 von dem alten A „entfernet wäre. Damit wäre der alte Wolff „geschwinde ausgejagt gewesen. Den jungen zu „verbannen solten zwischen alle Claves der Scalae „diatonico-chromaticæ dergleichen Differen„tial - Proportiones eingeflickt werden. Aber, „fährt er fort: Einmahl läßt sich die Harmonie „(auf dergleichen Scalis) weder circuliren noch connecti-

„nectiren: da doch das letztere unentbehrlich ist ꝛc.
„So ein Werck würde die Kirchen in unglaubli-
„che Unkosten stecken: und sähe doch darnach mit
„aller seiner Herrlichkeit eben so aus, wie ein Bett-
„lers-Mantel, in welchen Ducaten vernehet sind.
„Und ach! wie wolten die Organisten, sonderlich
„in geringen Orten, zu rechte kommen? Die guten
„Leute haben ohne das insgemein bey ihrer Be-
„soldung (die sie noch darzu über ihre Dienste bey
„der Orgel, in der Schule zum andern mahl ver-
„dienen müssen, GOtt seys geklagt)! nichts als
„den Vortheil, daß sie Reichthums halber vor der
„Hölle sicher sind; geschweige, daß sie ihr übriges
„Bisgen einem Musico Theoretico anhängen
„solten, welcher sie die reinen und unreinen Inter-
„valla unterscheiden lernte. Werckmeister kan
„seinen Verdruß, den ihm dergleichen Bettel-In-
„ventiones auspressen, nicht eifrig genug von sich
„geben. Man sehe seine Erweiterte und Vermehrte
„Orgelprobe Cap. ult. Music. Temperat. C. 9.
„11. Harmon. Musi. §. 72. 52. seqq. 72. 223.
„Neueste Anmerckung über den General-Baß.
Wir wollen uns hiermit vorietzo nicht länger auf-
halten, sondern zur Theilung der Verhältnisse
schreiten.

Die fünfte Lection.

Von der Theilung der Verhältnisse.

Lehrmeister.

Wollen wir eine Temperatur berechnen lernen, so müssen wir vornemlich die Theilung der Verhältnisse verstehen. Die Theilung findet das Mittel der Verhältnisse, und theilet dieselbe in kleinere. Es kan aber ein Verhalt nicht nur in zwey, sondern in viele Theile getheilet werden.

Die Theilung ist dreyerley: Die Arithmetische, Harmonische und Geometrische.

Es gibt aber auch eine gantz leichte welche mit der Harmonischen übereinkommt. In solcher eignet man der kleinern Zahl eines Verhalts den tiefern Klang eines Intervalls zu.

Die I. Aufgabe.

Wenn ich z. E. die Octav theilen will, so muß ich zwischen ihre beyde Enden noch eine andere Zahl setzen, die kleiner als das grössere Ende des Verhalts der Octav, und grösser als das kleinere Ende. Da man aber zwischen 1 und 2 keine Zahl setzen kan, so werden diese Zahlen verdoppelt 2 : 4, und alsdenn kan man zwischen dieselbe die 3 setzen, und damit theilet sich die Octav in eine Quint und Quart:

2	:	3	:	4
C		G		c

Nun

Nun verstehet man leicht was die Theilung der Verhältnisse vor einen Endzweck habe, nemlich aus einem Verhalt oder Intervall zwey oder mehrere zu machen.

Schüler.

Läßt sich denn die Quint auch so theilen?

Lehrmeister.

Allerdings. Z. E.

Die II. Aufgabe.

2 : 3 sind ihre Wurtzel-Zahlen. Wenn diese verdoppelt werden, 4 : 6, so kan man zwischen dieselbe die 5 setzen, und diese theilet die Quint in eine grosse und eine kleine Tertz, als:

4 :	5 :	6.
c	e	g.

Schüler.

So wird sich die grosse Tertz wiederum also theilen lassen, nemlich:

4 : 5 c e
―――――――
8 : 9 10
c : d : e

in den grossen und kleinen gäntzen Ton?

Lehrmeister.

Gut. Aber weiter ist diese Theilung nicht ge-

bräuchlich, ausgenommen in gantz kleinen Verhältnissen; denn wenn man 8 : 9 und 9 : 10 auf diese Art theilet, so kommen Intervallen heraus die nicht gebraucht werden, ausser auf dem Waldhorn und Trompet: z. E.

8			:	9	:			10
16	:	17	:	18	:	19	:	20
c		*cs*		*d*		*ds*		*e*

Da aber die Zahlen 17 und 19 keinen brauchbaren Verhalt mit denen vorhergehenden Zahlen machen, welches daher kommt, weil sich diese Zahlen nicht kleiner machen (reduciren) lassen; so geben sie auch keine reine Verhältnisse, sondern müssen erst durch die Temperatur brauchbar gemacht werden.

Und eben deßwegen läßt sich die Quart nicht auf diese Weise theilen, weil ihr Theiler die Zahl 7 ist, welche gegen 6 eine allzu kleine Tertz, und gegen 8 einen allzu grossen Ton macht, wie solche auf der Trompet sich also befinden, und zu hören sind, nemlich:

6	:	7	:	8
g		b		c

In der Höhe aber findet man nebst zwey falschen auch noch ein reines Intervall, nemlich 15 : 16 der grosse halbe Ton.

12	:	13	:	14	:	15	:	16
g		a		b		h		c.

wie die Trompet bezeuget; aber 12 : 13 g a ist vor

vor einen gantzen Ton zu klein, und 13 : 14 a b gegen einen halben Ton zu groß, wie auch 14 : 15 b h, wie davon die Trompet und Monochord unverwerfliche Zeugen sind. Eben also verhält es sich mit der kleinen Tertz, derer Theiler die Zahl 11. ist:

10 :	11 :	13
e	fs	g

Wie abermahl die Trompet bezeuget.

Also muß der Theiler eines Verhalts eine solche Zahl seyn, die mit einer vorhergehenden harmoniret, als 9, der Theiler der grossen Tertz harmoniret mit 6 als eine Quint.

Noch eins ist von dieser Art der Theilung zu mercken, daß sie gleiche Unterschiede (Differentzen) mache; als:

2 :	3 :	4
1	1	

Da ist zwischen 2 und 3, und zwischen 3 und 4 der Unterschied 1.

In der eigentlichen Arithmetischen Theilung eignet man der grössern Zahl eines Verhalts den tiefern Klang eines Intervalls zu.

Wenn der Verhalt, welcher Arithmetisch getheilet werden soll, in seinen Wurtzel-Zahlen stehet, so daß man keine Zahl zwischen seine beyde Enden setzen kan, als bey dem Verhalt der Octav 2 : 1; so werden, wie in obiger Art, beyde Enden verdoppelt 4 : 2, und alsdenn kan die 3 darzwischen gesetzet werden. Es kommt so dann bey der arithme-

tisch getheilten Octav die Quart unten, und die Quint oben, als:

4	:	3	:	2
c		f		c

Die Unterschiede zwischen 4 : 3 und zwischen 3 : 2 sind gleich, nemlich 1; aber die hervor gebrachte Verhältnisse sind ungleich.

Wenn die Quint auf solche Weise getheilt wird, so kömmt die kleine Terz unten, und die grosse oben, z. E.

d				a
3		:		2
6	:	5	:	4
d		f		a

In der harmonischen Theilung eignet man gleichfalls dem tiefern Ton die grössere Zahl eines Verhalts zu, und alsdenn kommen ungleiche Unterschiede hervor.

Die eigentliche arithmetische Theilung, da die Quart bey Theilung der Octav unten stehet, als:

4	:	3	:	2
c		f		c,

wird bey der harmonischen Theilung zum Grunde gelegt; Alsdenn werden beyde äussersten Enden 4 : 2 mit dem mittlern Ende multipliciret: als 3 mahl 4 ist 12, und 3 mahl 2 ist 6

12	:	6
C		c

Her-

Hernach werden die äussersten Enden 4 : 2 wieder mit einander multipliciret, wodurch der harmonische Theiler der Octav hervor gebracht wird, nemlich 8, und alsdenn stehet die harmonisch getheilte Octav also:

12 :	8 :	6
c	g	c

Betrachtet man nun die Unterschiede zwischen 12 : 8 und 8 : 6, so ist der erste 4, und der andere 2, welche wieder eine Octav ausmachen, nemlich:

12 :	8 :	6
	4 : 2	

Es macht also die harmonische Theilung ungleiche Unterschiede.

Laßt uns zur Ubung auf diese Weise die Quint theilen, welches also geschicht: Die arithmetische Theilung liegt zum Grunde:

	6 :	5 :	4	
	d	f	a	
	30 :	24 :	20	
2)				
	15 :	12 :	10	
	3		2	
	d	fs	a	

Die Unterschiede zwischen 15 und 12, und zwischen 12 und 10, nemlich 3 und 2 stellen den getheilten Verhalt wieder dar.

Hier heißt es nun: Wie 15 zu 12, so 5 zu 4, und wie 12 zu 10, so 6 zu 5.

Wollen wir die grosse Tertz auf diese Art theilen, so wird das Problema also aussehen:

5 : 4 c e

10 : 9 : 8

90 : 80 : 72 c d e

10)————

9 : 8 c d

————(8)

10 : 9

d e

Die geometrische Theilung ist diejenige, deren mitlerer Terminus, welcher zwischen die zwey äusersten gesetzt wird, gleiche Verhältnisse, aber ungleiche Unterschiede hervor bringt. Sie hat nur in dem vielfachen Geschlecht (genere multiplici) statt, und wird auf folgende Weise angestellet: Man nimmt einen Verhalt aus dem vielfachen Geschlecht, in seinen Wurtzel-Zahlen, z. E. 2 : 1, alsdenn multipliciret man jedes Ende mit sich selbst, als 2 mit 2, und 1 mit 1, und erhält 4 : 1. Das mittlere Ende oder den geometrischen Theiler aber zu finden, muß man wissen, was ein Numerus quadratus sey, und was desselben Wurtzel? Ein Numerus quadratus oder gevierdte Zahl wird genennet, deren Wurtzel mit sich selbst ist multipliciret worden; solche zu erkennen dienet folgende Tabelle.

RADICES.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. ꝛc.

QUADRATI.

1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. ꝛc. (*)

Da nun die Zahl 2 die Wurtzel der gevierdten Zahl ist, so ist auch diese der wahre geometrische Theiler von dem Verhalt 4 : 1, und stehet nun die geometrisch getheilte Octav also:

4 :	2 :	1
C	c	c

aus welcher Theilung zwey gleiche Verhältnisse mit ungleichen Unterschieden entspringen; denn zwischen 4 und 2 ist der Unterschied 2, und zwischen 2 und 1 ist der Unterschied 1.

Anmerckung.

Die Theilung eines Verhalts dienet bey Berechnung einer Temperatur vornehmlich dazu, daß man den Uberschuß des Commatis ditonici in 12 Theile vertheile, und hernach von jeder Quint ein Zwölftheil abziehe. Oder daß man den Mangel der Diesis in 3. Theile vertheile, und hernach jeder grossen Tertz ein Drittheil zu setze. Wovon in der letzten Lection ein mehrers.

(*) Besiehe hiervon die letzte Lection.

Die

Die sechste Lection.

Von der Zusammenbindung der Verhältnisse, welche auch Multiplicatio genennet wird, wie auch von der Comparation.

Schüler.

Wozu dienet die Multiplication oder Copulation der Verhältnisse?

Lehrmeister.

Darzu, daß die Verhältnisse in behöriger Ordnung mit einander verbunden, und an einander gehänget werden. Wenn jemand zum Exempel eine Octav und Quint aneinander hängen wolte, so braucht es gar keiner Schwürigkeit, wenn man dem tiefsten Klange die kleineste Zahl zu eignet, als

1	:	2	:	3
C		c		g

Soll aber dem tiefsten Klange die grösseste Zahl zu geeignet werden, so braucht es schon mehr Nachdenckens, wenn die Verhältnisse an einander hängen sollen, so daß das kleinere Ende des erstern Verhalts das grössere Ende des andern Verhalts wird. Z. E. Man wolte die Verhältnisse der Octav und Quint aneinander hängen 2 : 1. 3 : 2, so daß der Nachsatz von dem Verhalt der Octav der

Vorsatz des Verhalts der Quint würde, so nimmt man es auf folgende Weise für:

Man multipliciret den Vorsatz des Verhalts der Octav, die 2, mit dem Vorsatz des Verhalts der Quint, der 3, und erhält 6, als die grösseste Zahl so zu dieser Verbindung von nöthen.

Weiter multipliciret man den Nachsatz der Octav, die 1 mit dem Vorsatz der Quint, der 3, und bekömmt 3 als die mittlere Zahl.

Endlich wird der Nachsatz der Octav, die 1, mit dem Nachsatz der Quint, der 2, multipliciret, und alsdenn stehet diese Aufgabe also:

$$\begin{Bmatrix} 2 : 1 \\ 3 : 2 \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} 6 : 3 : 2 \\ C : c : g \end{matrix}$$

Schüler.

Ich bitte noch um einige Aufgaben.

Lehrmeister.

Ich will noch welche geben. Ein grosser Ton und eine kleine Terz werden also copulirt:

$$\begin{Bmatrix} 9 : 8 \\ 6 : 5 \end{Bmatrix} \quad 54 : 48 : 40$$

2) ———————

27 : 24 : 20

3) ———————

9 : 8

———————

6 : 5

Ein

Ein kleiner halber Ton und groß Limma werden also copulirt:

25 : 24	675	:	648	:	600.
27 : 25	c		cs		d

Auf solche Art ist oben das chromatische Geschlecht copulirt, nemlich:

900 : 864 : 800 : 750 : 720 : 675 : 640.
C Cs D Ds E F Fs
600 : 576 : 540 : 500 : 480 : 450.
G Gs A B H c.

Solches können wir gleich durch die Regel de tri examiniren. C Cs ist der kleine halbe Ton, da heißt es nun

25 giebt 24, was giebt 900? Antw. 864.

Stehet also:

```
24
 900        xx
------      s4x
21600       xx6øø  (864.
            xsss
            xx
```

Also kan dergleichen Verbindung gar leicht durch die Regel de tri geschehen. Ich wolte z. E. zu 180. eine grosse Terz haben, so mache ichs also:

5 giebt 4, was giebt 144? Antw. 120.

180 : 144 : 120.
c e g

Ver-

Verlanget man absteigende Intervallen, so gehet es eben auch an. Z. E. Ich wolte abwärts e c a an einander hängen, so stünde es also:

4 : 5 | 20 : 25 : 30
5 : 6 | ———————————5)

4 : 5 : 6
e c a

Oder 4 giebt 5, was giebt 180? Antw. 225.

Schüler.

Ich vermeyne nun die Copulation der Verhältnisse innen zu haben. Ist nun nichts mehr bey denenselben zu mercken?

Lehrmeister.

Wir wollen noch kürtzlich von der Comparation etwas gedencken. Wenn man wissen will, welcher von zwey Verhältnissen der grösseste sey, so ist folgende Regel zu wissen nöthig. Je kleiner der Zehler eines Verhalts, je grösser ist er. Und umgekehrt: Je grösser der Zehler eines Verhalts, je kleiner ist er.

Wenn man nun wissen will, welcher von diesen beyden 2 : 3 und 3 : 4 der grössere sey, so kan man zwar, weil sie eines Geschlechts nach obiger Regel gleich urtheilen, daß 2 : 3 grösser sey als 3 : 4; Man pflegt es aber auch auf folgende Art zu erfahren:

4 — 3		12
X		
3 — 2		9 : 8.

Hier bekommen die Verhältnisse 2 : 3 und 3 : 4 einen gleichen Denominator, welcher ist 12.

Da nun Numerator 8 gegen 12 kleiner ist als 9 gegen 12; so erhellet, daß 8 : 12 oder 2 : 3 grösser sey, als 9 : 12 oder 3 : 4.

Noch ein Exempel, da ein Verhalt ins übertheilige und der andere ins übertheilende Geschlecht gehöret. Es fragt sich, welcher von diesen beyden 5 : 8 und 2 : 3 der grössere sey? so stehet die Probe also:

			3)		8)
8 — 3	15 : 16	15	8	16	2
X	24	——	——	——	——
5 — 2		24	5	24	3

Da siehet man, daß 15 : 24 (: 5 : 8 :) grösser sey, als 16 : 24 (: 2 : 3.) Denn 5 : 8 ist der kleinen Sext, und 2 : 3 der Quint Verhalt. So viel wird uns genug seyn, die Berechnung einer Temperatur vor die Hand zu nehmen.

Die

Die siebende Lection.

Von der Berechnung und Ausmessung einer Temperatur.

Lehrmeister.

Wir haben aus der obigen Berechnung des so genannten diatonisch-chromatischen Geschlechts gesehen, daß wenn wir 8 reine grosse Tertzen verlangen, so müssen wir uns auch 4 gefallen lassen, die eine gantze Diesin zu groß sind. Dabey bekommen wir zwar auch 8 gantz reine Quinten, aber 3 sind jede ein gantzes Comma synt. zu niedrig, und eine eine gantze Diesin und 1. Comma zu hoch, der übrigen vielen falschen Intervallen zu geschweigen.

Verlangten wir 11 reine Quinten, so wäre die 12te ein Comma dit. zu klein, woferne die Octav rein bleiben sollte, und alle Tertzen und Sexten ꝛc. wären falsch. Weil nun das Gehör dergleichen Intervallen, die allzu weit von ihren reinen Verhalt abweichen, nicht vertragen kan, sondern den grössesten Eckel daran hat; bey heutiger Praxi aber alle Ton-Arten auf dem Clavier brauchbar seyn müssen, und man sich nicht mehr, wie vor Zeiten, mit etwa 15 oder 16. Ton-Arten behelffen kan: so ist kein anderer und besserer Rath übrig, als daß man den gantz reinen im obigen Geschlecht was abbreche, und den unreinen beylege, und das heisset man temperiren.

Nachdem wir nun die Verhältnisse kennen, solche addiren, subtrahiren, dividiren, multipliciren, copuliren und compariren können; so müssen wir auch nun lernen, wie durch Hülffe dieser Arten eine Temperatur zu berechnen, und in Zahlen darzustellen ist.

Bey Berechnung einer Temperatur kömmt es vornehmlich darauf an, daß man das Comma ditonicum, um welches 12. reine Quinten zu hoch über die Octav kommen, in 12 Theile vertheile, und hernach jeder Quint einen solchen Theil abziehe. Oder daß man jede von den 12 grossen Tertzen um ein Drittheil Diesis erhöhe; zu welchen letztern Proceß 3. Verbindungs-Quinten von nöthen sind. Wie es durch Extraction der Wurtzeln geschehe, wird in der XI. Lection gelehret.

Die 12. grossen Tertzen theilen sich in 4. Classen, als:

I.		II.		III.		IIII.	
c	e	g	h	d	fs	a	cs
e	gs	h	ds	fs	b	cs	f
gs	c	ds	g	b	d	f	a

Daß nun gs auch ein ba, ds ein be, b ein ais, cs ein bd &c. abgeben müsse, ist leicht zu erachten.

Die 3. Verbindungs-Quinten können seyn c g, g d, d a oder f c.

Wird nun jede grosse Tertz um ein Drittheil Diesis erhöhet, und jede von den 3 Verbindungs-Quinten um ein Zwölf-Theil Comm. dit. erniedriget,

get, so muß nothwendig eine gute Temperatur heraus kommen.

Schüler.

Wie wird denn das Comma diton. in 12. Theile vertheilet?

Lehrmeister.

Es müssen zwischen seine äussersten Enden, als 531441:524288. 11. Mittel-Verhältnisse gesetzet werden. Herr Capellmeister Neidhardt hat solches in seiner Sectione Canonis p. 9. in 12. Theile getheilt, und zwischen seine äussersten Enden 11. arithmetische Mittel-Proportionale gesetzt, also:

12.	6291456	
11.	6298609	1.
10.	6305762	2.
9.	6312915	3.
8.	6320068	4.
7.	6327221	5.
6.	6334374	6.
5.	6341527	7.
4.	6348680	8.
3.	6355833	9.
2.	6362986	10.
1.	6370139	11.
	6377292	12.

Schüler.

Machen denn die beyden äussersten Enden: 6377292 : 6291456 das Comma ditonicum aus?

Lehrmeister.

Allerdings, und sie sind nur mit 12. vervielfältiget, welches man erfährt, wenn man mit 12 in beyde Enden dividirt. z. E.

6377292 (531441.
12
6291456 (524288
12

Der Unterschied von eines jeden dieser 12. Theile ist allemahl 7153. z. E.

6377292 }
6370139 } der grösseste.
7153

6298609 }
6291456 } der kleineste.
7153

Und deswegen heißt diese Vertheilung eine arithmetische Vertheilung weil die Theile gleiche Unterschiede haben.

Von dieser Vertheilung kan man nun, wenn mans recht genau nehmen will, nicht sagen, daß alle 12 Theile einander gleich wären, sondern es ist immer einer ein klein wenig kleiner als der andere.

Ob

Ob nun wohl gedachter Herr Neidhardt dieses Comma diton. auf der folgenden Seite p. 10. auf andere Art, und wie ers nennet, geometrisch vertheilet hat; so kan man doch nicht sagen, daß solche Eintheilung viel besser wäre als die vorhergehende arithmetische, weil ihre Unterschiede so gar ungleich abfallen, wie hier zu ersehen:

			Unterschiede.
12.	524288.		592.
11.	524880.	1.	593.
10.	525473.	2.	593.
9.	526066.	3.	595.
8.	526661.	4.	594.
7.	527255.	5.	596.
6.	527851.	6.	596.
5.	528447.	7.	598.
4.	529045.	8.	597.
3.	529642.	9.	599.
2.	530241.	10.	590.
1.	530840.	11.	601.
	531441.	12.	

Da siehet man gar deutlich, daß diese Vertheilung die accurateste nicht seyn kan, denn der andere und dritte Zwölftheil sind einander gleich, der fünfte ist grösser als der vierdte, der sechste und siebende sind wieder einander gleich, der neunte ist grösser als der achte, und der 10. und 11. sind wieder einander gleich.

Schüler.

Wie müste denn die gleiche Vertheilung beschaffen seyn?

Lehrmeister.

Also: Wie das grössere Ende 531441. zu dem kleinern Ende des sechsten Theils sich verhält, also muß sich dieses zu dem kleinern Ende 524288 verhalten.

Diese zwey Theile theilen sich so dann wieder in zwey gleiche Theile, nemlich: Wie das grössere Ende zu dem kleinern des dritten, also dieses zu dem sechsten; und wie das 6te zu dem neundten, also verhält sich dieses zu dem zwölften. Weiter also: Wie das grössere Ende zu dem kleinern des vierdten, also dieses zu dem kleinern des achten, und das achte zu dem zwölften. Diese 3 Theile werden so dann wieder halbiret, und diese sechs Theile noch einmahl. Besiehe hiervon die XI Lection.

Wir wollen uns mit der würcklichen Vertheilung jetzo nicht einlassen, sondern eine gantz leichte Ausrechnung der Temperatur vor die Hand nehmen.

Schüler.

Wie hat denn Herr Capellmeister Neidhardt bey Ausrechnung seiner Temperatur verfahren?

Lehrmeister.

Er hat C G, 3 : 2 das kleineste Zwölftheil, nem-

nemlich 524288 : 524880 abgezogen; C - D 9 : 8 zwey Zwölftheil, nemlich 524288: 525473, C - A 27 : 16 drey Zwölftheil, und so weiter, so dann die gefundenen Verhältnisse vermittelst der Regel de tri copulirt, und 2000. 00 zum Grund-Tone angenommen. Z. E.

	524288	: 524880.	$1\frac{1}{2}$. Comma.
	3	: 2.	reine Quinte.
	1572864	: 1049760	
4)	393216	: 262440	
3)	131072	: 87480	
8)	16384	: 10935	temperirte Quinte.

Nun heißt es: 16384. giebt 10935, was giebt 2000. 00? Antwort: 1334. 83. G.

Wobey noch ein Bruch $\frac{14528}{16384}$. übrig bleibet, welchen Herr Neidhardt aber weg wirfft, weil der Sinn, wie er schreibet, nichts daran verliehret.

Dieses macht nun keine kleine Arbeit, weil man ziemlich grosse Multiplications- und Divisions-Exempel bekommt, wie du es erfahren wirst, wenn du Lust und Gedult genug hast, auf solche Weise die Temperatur auszurechnen.

Schüler.

Wie siehet dann Herrn Neidhardts Temperatur in Zahlen aus?

Lehrmeister.

Ich will derselben 4. Arten zeigen. Hier sind sie:

I.

C	2000.00
Cs	1887.74
D	1781.79
Ds	1681.78
E	1587.39
F	1498.30
Fs	1414.20
G	1334.83
Gs	1259.91
A	1189.20
B	1122.45
H	1059.45
c	1000.00

II.

C	2000.00
Cs	1892.01
D	1785.82
Ds	1683.68
E	1592.78
F	1498.30
Fs	1417.40
G	1336.34
Gs	1262.76
A	1193.23
B	1122.45
H	1061.85
c	1000.00.

III.

C	2000.00
Cs	1894.15
D	1785.82
Ds	1685.59
E	1594.58
F	1500.00
Fs	1420.61
G	1336.34
Gs	1262.76
A	1193.23
B	1125.00
H	1064.25
c	1000.00

IV.

C	2000.00
Cs	1894.15
D	1783.80
Ds	1685.59
E	1596.28
F	1500.00
Fs	1420.48
G	1334.83
Gs	1264.19
A	1193.23
B	1123.72
H	1064.25
c	1000.00

		I.	II.	III.	IV.	
c	g	1	2	2	1	Quintæ.
g	d	1	2	2	2	
d	a	1	2	2	3	
a	e	1	1	2	3	
e	h	1	0	1	0	
h	fs	1	1	1	1	
fs	cs	1	1	0	0	
cs	gs	1	1	0	1	
gs	ds	1	0	1	0	
ds	b	1	0	1	0	
b	f	1	1	0	1	
f	c	1	1	0	0	
c	e	8	5	4	3	Tertiæ majores.
e	gs	8	9	10	10	
gs	c	8	10	10	11	
g	h	8	7	5	4	
h	ds	8	9	10	10	
ds	g	8	8	9	10	
d	fs	8	8	6	5	
fs	b	8	10	10	11	
b	d	8	6	8	8	
a	cs	8	9	8	8	
cs	f	8	10	10	10	
f	a	8	5	6	6	

Bey den Quinten ist das Comma ditonicum, in 12 Theile, und bey den grossen Tertzen die Diesis in 24 Theile vertheilet. Wo die o stehet, bleiben die Quinten rein. Die erste von diesen 4. Temperaturen soll die gleichschwebende seyn, und die übrigen ungleich schwebende. Da aber die Theile des Commatis, wie es Herr Neidhardt in 12. Theile getheilt hat, einander nicht völlig gleich sind, so kan auch, was die gantz genaue Rechnung betrifft, keine vollkommen gleich schwebende Temperatur heraus kommen. Doch wäre zu wünschen, daß sie die Herren Orgelmacher nur so träfen, denn es würden alle Quinten ein klein wenig abwerts schweben, ob gleich die letztern etwas mehr als die erstern. Wenn man also recht nach der mathematischen Accuratesse urtheilen wolte, so würde die so genannte gleichschwebende Temperatur der wahren gleichschwebenden zwar ziemlich nahe treten; allein den Nahmen gleichschwebend kan sie noch nicht völlig behaupten.

Schüler.

Kan man denn dergleichen Temperatur, in welche alle Quinten an dem Commate dit. Theil nehmen, nicht auf eine leichtere Art berechnen?

Lehrmeister.

O ja! viel leichter, und mit weniger Mühe. Mercke dann: Das Comma ditonicum ist nur um ein Schisma grösser als das Comma syntonum, und

und zwar so beträgt nach Neidhardts Aussage das Comma syntonum $\frac{11}{12}$ des Commatis ditonici. Siehe Neidhardts gänzlich erschöpfte Abtheilung p. 47. Allwo es also heisset: „Ich habe „schon in der Sectione Canonis Harmon. p. 11. „angemercket, daß ein Zwölftheil des Geometrisch-„getheilten commatis ditonici richtig ein Schis-„ma betrage, und daß insonderheit die zwey kleine-„ste termini desselben Commatis dieses Schisma, so „gar ohne eintzigen Abgang, enthalten.
„(524880 : 524288 = 32805 : 32768)

„Es ist aber das Comma syntonum 81 : 80 um „eben dieses Schisma kleiner, als das Comma dito-„nicum (531441 : 524288. 81 : 80 = 32805 : 32768. „Derowegen hält das comma syntonum 11 Zwölf-„theil Commatis ditonici.

Daher darf man nur das Comma syntonum in 11. Theile theilen, und solche 11. Quinten abziehen, so bleibt vor die Zwölfte das Schisma übrig.

Comma syntonum in 11. arithmetische Theile getheilt:

81	:	80
11	:	11
891	:	880.

880.

	880.	11.
1.	881.	10.
2.	882.	9.
3.	883.	8.
4.	884.	7.
5.	885.	6.
6.	886.	5.
7.	887.	4.
8.	888.	3.
9.	889.	2.
10.	890.	1.
11.	891.	

Nun ist nöthig die Verhältnisse, welche 12 reine Quinten hervor bringen, zu gebrauchen, welche ich bereits oben beygebracht, und hier kürtzlich wiederholen will:

3	:	2	C	G.
9	:	8	C	D.
27	:	16	C	A.
81	:	64	C	E.
243	:	128	C	H.
729	:	512	C	Fs.
2187	:	2048	C	Cs.
6561	:	4096	C	Gs.
19683	:	16384	C	Ds.
59049	:	32768	C	B.
177147	:	131072	C	F.
531441	:	262144	F	c.

Da

Da aber von Fs an die Zahlen schon ziemlich in die Vielheit lauffen, und man an statt der Subtraction bey den Quinten, die Addition bey den Quarten gebrauchen kan, d. i: An statt einer Quint ein zwölftheil Commatis abzuziehen, setzt man der Quart ein Zwölftheil zu; so will auch die Verhältnisse der Quarten-Reihe hersetzen:

4	:	3	C	F.
16	:	9	C	B.
32	:	27	C	Ds.
128	:	81	C	Gs.
256	:	243	C	Cs.
1024	:	726	C	Fs.
4096	:	2187	C	H
8192	:	6561	C	E
32768	:	19683	C	A
65536	:	59049	C	D
262144	:	177147	C	G
1048576	:	531441	C	c

Wenn man nun bis ins Fs operiret hat, so kan man dem Verhalt 4 : 3 C F ein Eilftheil Commatis synt. zu setzen; 16 : 9 zwey Eilftheil; 32 : 27 drey eilftheil, u. s. w.

Um mehrerer Deutlichkeit will den gantzen Proceß vor Augen legen:

Der

Der Quint C G soll ein eilftheil Commatis synt. abgezogen werden, und zwar, so will ich bey dem grössesten Eilftheil anfangen:

3 : 2 reine Quint.
880 : 881 ein Eilftheil Comma so abge-

2640 : 1762 zogen wird.

2)

1320 : 881 temperirte Quint.

Ob nun wohl schon weiß daß dieser Verhalt 1320:881 wenn 2000. 00 zum Grund-Tone genommen wird, nicht reine aufgehet, so will diese Zahl dennoch nehmen, um zu zeigen, daß auf diesem Wege dem Herrn Neidhardten ziemlich nahe kommen werde:

Nun heißt es:
1320 giebt 881, was giebt 200000?
Stehet also:

881
200000

176200000

1 (1
1232
4616(1
157281
446424(2
176200000|0 (1334. 84. G.
132222222|0
133333
1111

Facit

Der

Der Unterschied zwischen dem Neidhartischen und unserm G ist sehr gering.

Nun wird ein temperirtes *D* gesucht. Von C D 9 : 8 werden zwey Eilftheil Comm. synt. abgezogen, also:

	9 : 8	C D	
	880 : 882	zwey Eilftheil Comm.	
	7920 : 7056		
3)	2640 : 2352		
4)	660 : 588		
4)	165 : 147		
3)	55 : 49.	C D temp.	

Nun heißt es: 55. giebt 49, was giebt 200000?

Antwort:

1781. 81. *D* temp.

Wer ein wenig dividiren kan, rechne es nach. Die Regel dazu heißt: Die hintern zwey multiplicir, was kömmt durchs fördre dividir.

D suchet und findet ein *A*, indem von 27 : 16 C A drey Eilftheil Comm. synt. abgezogen werden. z. E:

	27 : 16	
	880 : 883	
	23760 : 14128	
16)	1485 : 883	C A temp.

Diesen Verhalt der temperirten grossen Sext C A 1485 : 883 tragen wir nun über auf unsern Grund-Ton, also:

1485 --- 883 --- 200000?

Facit 1189. 22. *A* temp.

Ein temperirtes *E* zu erlangen, ziehen wir von 81 : 64 C E vier eilftheil Commatis syntoni ab:

81 : 64 C E
880 : 884 vier Eilftheil Comm.

71280 : 56576

16)————————

4455 : 3536 C E temp.

4455 --- 3536 --- 200000?

Fac. 1587. 42. *E* temp.

Ein temperirtes *H* findet man, wenn man von 243 : 128 C H fünf eilftheil Commatis synt. 885 : 880 abziehet:

243 : 128
880 : 885

213840 : 113280

24)————————

891 : 472 C H temp.

891 --- 472 --- 200000?

Fac. 1059. 48. *H* temp.

Ein temperirtes *Fs* finden wir, wenn wir von

729:

729 : 512 C Fs sechs eilftheil Commatis synt. abziehen!

729	:	512
880	:	886
641520	:	453632
16)		
40095	:	28352 C Fs temp.

Ubertrag.

40095 --- 28352 --- 200000?

Fac. 1414. 24. *Fs* temp.

Nun wollen wir in die Quarten Reihe treten, damit wir nicht mit so vielen Zahlen bey der Multiplication und Division dürffen zu schaffen haben. Wir brauchen demnach statt der Subtraction die Addition, indem wir die Quarten um ein eilftheil Commatis synt. erhöhen. Die erste ist C F, welche wir um das kleineste eilftheil Commatis synt. grösser machen:

4	:	3
891	:	890
3564	:	2670
6)		
594	:	445 C F temp.

594 --- 445 -- 200000?

Fac. 1498. 31. *F* temp.

Ein temperirtes *B* zu erlangen, dürffen wir zu

C B 16 : 9 nur zwey eilftheil Commatis synt. 891 : 889 addiren. Es geschehe also:

16	:	9
891		889
14256	:	8001
9)		
1584	:	889 C B temp.

Ubertrag.

1584 -- 889 -- 200000?

Fac. 1122. 47. *B* temp.

B findet seine Quart ♭*E*, indem zu dem Verhalt 32 : 27 drey eilftheil Commatis 891 : 888 addirt werden:

32	:	27
891		888
28512	:	23976
8)		
3564	:	2997
9)		
396	:	333
9)		
44	:	37 C ♭E temp.

Ubertrag.

44 -- 37 -- 200000?

Fac. 1681. 81. *bE* oder *Ds* temp.

Ds findet ein *Gs*, indem zu 128 : 81. vier eilf-

eilftheil Commatis synt. nemlich 891 : 887 addirt werden:

128	:	81
891		887
114048	:	71847
9)		
12672		7983
9)		
1408	:	887

Ubertrag.

1408 -- 887 -- 200000?

Fac. 1259. 94. Gs. temp.

Ob wir nun gleich schon ein Fs haben; so wollen wir doch noch eins suchen, um zu sehen, wie weit es von dem schon gefundenen unterschieden sey? Man findet es, wenn zu 1024 - 729 sechs eilftheil Commatis 891 : 885 addirt werden:

1024	:	729
891	:	885
912384	:	645165
9)		
101376	:	71685
9)		
11264	:	7965

Ubertrag.

11264 -- 7965 -- 200000?

Fac. 1414. 24. Fs.

Also bekömmt auf diesem Wege das Fs eben so wohl 1414. 24. als auf dem ersten.

Nun wollen wir die mit viel wenigerer Mühe gefundene Verhältnisse in Ordnung setzen: Wer sie vermittelst eines 1000 theiligen Maßstabes auftragen will, wird eben dasjenige damit erlangen, was Herr Neidhardt mit seiner so genannten gleichschwebenden Temperatur erlanget. Denn die Zahlen hinter dem Puncte kommen, wenn sie nicht 50 erreichen, in keine Betrachtung, wie wir künfftig lernen werden.

Die bisher ausgerechnete, und der Neidhardtischen gleichschwebenden sehr nahe tretende Temperatur:

No. I.

C	2000. 00.		
Cs	1887. 78.	74	Neidhartische, hinter dem Puncte stehende Zahlen, seiner so genannten gleich-schwebenden Temperatur, der geometrischen Mittel-Proportionalien.
D	1781. 81.	79	
Ds	1681. 81.	78	
E	1587. 42.	40	
F	1498. 31.	30	
Fs	1414. 24.	21	
G	1334. 84.	83	
Gs	1259. 94.	92	
A	1189. 22.	20	
B	1122. 47.	46	
H	1059. 48.	46	
c	1000. 00.		

Also sind die Zahlen vor dem Puncte mit den Neidhartischen einerley, und die Zahlen hinter

dem

dem Puncte gehen gar um geringes von denselben ab. Es schweben also alle Quinten ein wenig unterwerts, doch eine etwas mehr als die andere; gleich wie es auch in der Neidhardtischen nicht anders beschaffen ist. Wäre aber das Comma in vollkommen gleiche Theile getheilet, so müsten nothwendig die Quinten alle einander gleich seyn, wie nicht weniger die übrigen Intervalle nach ihrer Art. Uns ist genug, daß wir eine Temperatur, da alle Quinten an dem Uberschusse des Commatis dit. Theil nehmen, mit weit wenigerer Mühe, als Herr Neidhardt angewandt hat, ausrechnen können.

Schüler.

Kan man die Temperatur nicht auch auf andere Art ausrechnen?

Lehrmeister.

Es giebt noch unterschiedliche Arten, unter welchen mir aber diejenige, welche die Diesin 128 : 125 in drey Theile vertheilet, und jeder grossen Terz ein Drittheil zu setzt, am besten gefällt, wozu denn noch 3. Verbindungs-Intervalle gehören, nemlich zwey Quinten C - G, G - D, und eine Quart C F.

Die Diesis, um welche 3 reine grosse Terzen niedriger stehen als die Octav, theilt sich ohne sondere Mühe und Kunst in 3. Theile, wenn man zwischen 128 : 125 noch 2. arithmetische Mittel-Theile setzet, nemlich *128 : 127 : 126 : 125.*

Da ist nun 125 : 126 der grösseste, 126 : 127 was weniges kleiner, uud 127 : 128 noch ein wenig kleiner.

Schüler.

Wie erfährt man denn, um wie viel ein Theil grösser oder kleiner sey als der andere?

Lehrmeister.

Durch die Aequiparation. Als z. E. Wir wollen sehen um wie viel 128 : 127 kleiner sey als 127 : 126? Stehet in der Regel de tri also:

128 -- 127 -- 127?

Facit 126 $\frac{1}{128}$.

Also ist 128 : 127 um ein 128 Theil kleiner als 127 : 126. Und dieses ist wiederum um so viel kleiner als 126 : 125. Ein sehr kleiner Unterschied, woran das Gehör nichts verliehret, weil es eine solche Kleinigkeit nicht zu fassen vermögend ist; Denn ein 128 Theil muß wieder in 128 Theile getheilet werden, und um einen solchen kleinen Theil ist 127 : 126 grösser als 128 : 127.

Wenn nun auch gleich das Gehör diesen kleinen Unterschied zu fassen vermögend wäre, so können wir doch die 12. grossen Tertzen so in Ordnung setzen, daß die, so am meisten herhalten müssen, um den kleinesten Theil, die so was weniger gebraucht werden, um den was weniges grössern Theil, und die, so am wenigsten gebraucht werden, um den grösse-

sten Theil erhöhet oder aufwärts schwebend gemacht werden.

Wir wollen demnach die 12. grossen Tertzen in 4. Classen setzen, jeder Classe 3 zu eignen, und unter dieselben die Diesin allemahl so vertheilen, nachdem ihr Gebrauch uns die Anweisung giebt.

I.			II.			III.			IV.		
1.	c	e	2.	g	h	2.	d	fs	2.	a	cs
2.	e	gs	3.	h	ds	3.	fs	ais	3.	cs	eis
3.	ba	c	1.	be	g	1.	b	d	1.	f	a.

Also bekommen wir dreyerley Sorten von grossen Tertzen, und zu jeder Sorte gehören allemahl vier, als:

I.		II.		III.	
c	e	ba	c	e	gs
be	g	g	h	h	ds
b	d	d	fs	fs	ais
f	a	a	cs	cs	eis

Die erste Sorte soll um 128 : 127, die andere um 127 : 126, und die dritte um 126 : 125, erhöhet werden.

Diese Tertzen zu verbinden, wollen wir 2. Quinten und eine Quarte brauchen.

Die Quinten sind:

C G 3 : 2
C D 9 : 8

Die Quart aber C F 4 : 3.

 Denn

Den Quinten wird ein Eilftheil Comma synt. abgezogen, und der Quart ein Eilftheil zugesetzt.

Von dem in 11. Theile vertheilten Commate synt. sind die erstern Theile etwas zu groß, und die letztern etwas zu klein, dahero wollen wir die zwey mitlern heraus nehmen, welche sind:

884 : 885 : 886.

Es werde demnach erniedriget:

C G 3 : 2 um 884 : 885.
C D 9 : 8 um 884 : 886.
Und C F 4 : 3 um 884 : 885 erhöhet.

Ehe wir aber dieses würcklich thun, wollen wir die Verhältnisse der dreyerley Tertzen such n. Es werde demnach der Verhalt der reinen grossen Tertz 5 : 4 um 128 : 127. erhöhet:

128 : 127
5 : 4
640 : 508
4) 160 : 127 die erste Art der temperirten grossen Tertzen.

Nun wollen wir die grosse Tertz auch um 127 : 126. vergrössern:

127 : 126
5 : 4
635 : 504 andere Art der temperirten grossen Tertzen.

Letz-

Letzlich wollen wir auch die grosse Terz um 126: 125. vergrössern:

126 : 125
5 : 4
630 : 500
10)---------
63 : 50. dritte Art der temperirten grossen Tertzen.

Nun wissen wir, in welchen Verhältnissen die dreyerley Sorten der grossen Tertzen stehen sollen. Nemlich:

I.) 160 : 127.
II.) 635 : 504.
III.) 63 : 50.

Wir suchen nun auch die Verhältnisse der Verbindungs-Tone G, D und F.

Es werde demnach C G, 3 : 2 um 885 : 884. erniedriget:

3 : 2
884 : 885
2652 : 1770
6)---------
442 : 295 C G

Wir tragen diesen Verhalt gleich über, und erwehlen 2000. 00. zum Grund-Tone C.

442 -- 295 -- 200000?

Resp. Facit 1334. 84. G.

Ein

Ein temperirtes D finden wir, wenn von 9 : 8
886 : 884. abgezogen wird.

9	:	8
884	:	886
7956	:	7088
4)		
1989	:	1772.

Ubertrag.

1989 -- 1772 -- 200000?

Resp. Fac. 1781. 79. D.

Wir suchen nun auch ein temperirtes F, indem wir zu 4 : 3 noch 885 : 884. addiren:

885	:	884	
4	:	3	
3540	:	2652	
12)			
295	:	221	C F.

Ubertrag.

295 -- 221 -- 200000?

Fac. 1498. 30. F.

C suchet nun E und Gs,
G . . . H und Ds,
D . . . Fs und Ais,
F . . . A und Cs.

C su-

C suchet sein temperirtes E nach dem ob angezeigten Verhalt 160 : 127, als der ersten Sorte der grossen Tertzen, auf folgende Art:

160 -- 127 -- 200000?

Fac. 1581. 50. E.

Die Tertz E Gs gehöret nach gemachter Vertheilung unter die dritte Tertzen-Sorte. Demnach wird das Gs also gefunden:

63 -- 50 -- 158750?

Fac. 1259. 92. Gs.

Zu dem schon gefundenen G suchen wir ein temperirtes H nachdem Verhalt der andern Sorte der temperirten grossen Tertzen:

635 -- 504 -- 133484?

Fac. 1059. 46. H.

Ein Ds finden wir, wenn wir zu G abwerts nach der angezeigten ersten Sorte der grossen Tertzen eine absteigende Tertz suchen:

127 : 160 -- 133484?

Fac. 1681. 68. Ds oder bE.

Nun gilt es den beyden Tertzen D Fs und Fs Ais. Wir suchen also zu dem schon gefundenen D ein

ein Fs nach dem Verhalt der andern Sorte von grossen Tertzen.

635 -- 504 -- 178179?

Fac. 1414. 21. Fs.

NB. Mit dem beym D weggeworfenen Bruche.

Dieses Fs findet ein Ais oder B wenn wir zu demselben eine Tertz von der dritten Sorte suchen:

63 -- 50 -- 141421?

Fac. 1122. 38. Ais vel B.

Wir suchen nun zu dem schon gefundenen F ein A nach dem Verhalt der ersten Sorte:

160 -- 127 -- 149830?

Facit 1189. 28. A

NB. Mit dem beym F weggeworffenen Bruche.

F findet auch das Cs wenn es eine absteigende grosse Tertz nach dem Verhalt der dritten Sorte suchet:

50 -- 63 -- 149830?

Facit 1887. 86. Cs.

NB. Mit dem beym F. weggeworffenen Bruche.

Wir setzen also die auf solche Art gefundene Verhältnisse in Ordnung; und weil die Zahlen vor dem Puncte mit der vorhergehenden Temperatur eintref-

fen,

sen, so setzen wir von selbiger nur die Zahlen so nach dem Puncte stehen, darneben, um zu sehen, wie weit sie von ietzigen unterschieden.

No. II.

C	2000. 00	--	
Cs	1887. 86	78	8 höher als die andere.
D	1781. 79	81	2 tiefer.
Ds	1681. 68	81	13 tiefer.
E	1587. 50	42	8 höher.
F	1498. 30	31	1 tiefer.
Fs	1414. 21	24	3 tiefer.
G	1334. 84	84	gleich.
Gs	1259. 92	94	2 tiefer.
A	1189. 28	22	6 höher.
B	1122. 38	47	9 tiefer.
H	1059. 46	48	2 tiefer.
c	1000. 00	--	

Wenn nun die Zahlen hinter dem Puncte beym Auftragen aufs Monochord, in so wenige Betrachtung kommen, so kommen wir mit der Neidhardtischen Berechnung abermahl überein.

Der Unterschied unter den grossen Tertzen ist also nach dieser Ausrechnung noch zu gering, denn das Gehör würde sie alle vor einerley annehmen.

Wir wollen dahero die Diesin auf eine andere Art vertheilen, nemlich in 24. Theile.

Die Tertzen der ersten Sorte sollen um $\frac{6}{24}$. ($\frac{1}{4}$); die Tertzen der andern Sorte um $\frac{8}{24}$. ($\frac{1}{3}$); und die Tertzen der dritten Sorte um $\frac{10}{24}$ ($\frac{5}{12}$) Diesis erhöhet werden.

Wir

Wir vervielfältigen demnach die Enden der Diesis mit 8, so bekommen wir 24. arithmetische Mittel-Theile. Z. E.

128 : 125
8 8

1024 : 1000.

1000.
1001
1002
1003
1004
1005
1006. 1006 : 1000 = 503 : 500.
1007
1008
1009
1010
1011
1012
1013
1014 1014 : 1006 = 507 : 503.
1015
1016
1017
1018
1019
1020
1021
1022
1023
1024. 1024 : 1014 = 512 : 507.

Die

Die Diesis ist also in folgende drey Theile getheilt:

$$500 : 503 : 507 : 512$$
3 4 5

Der Verhalt der grossen Tertz um 503 : 500. vergrössert, ist 501 : 400. e. g:

503	:	500
5	:	4
2515	:	2000
5)		
501	:	400

Nach diesem Verhalt wird die erste Sorte der grossen Tertzen eingerichtet.

Der Verhalt 5 : 4 um 507 : 503 vergrössert ist 2535 : 2012. e. g.

507	:	503
5	:	4
2535	:	2012.

Nach diesem Verhalt wird die andere Sorte der grossen Tertzen eingerichtet.

Der Verhalt 5 : 4 um 512 : 507 vergrössert ist 640 : 507. e. g.

512	:	507
5	:	4
2560	:	2028
4)		
640	:	507.

Nach diesem Verhalt wird die dritte Sorte der grossen Tertzen eingerichtet.

Die Verbindungs-Tone sollen wiederum G, D und F seyn.

C - G und G - D müssen jede um zwey Eilftheil Comm. synt. erniedriget, C-F aber um zwey Eilftheil erhöhet werden.

C-G 3 : 2 wird um 884 : 886, und C-D 9 : 8 um 884 : 888 erniedriget. C-F 4 : 3 aber um 884 : 886 erhöhet.

C suchet sein temperirtes G also:

	3 :	2	
	884 :	886	
	2652 :	1772	
4)			
	663 :	443	C-G temp.

Vom grossen Ton C - D, 9 : 8 wird 888 : 884 abgezogen:

	9 :	8	
	884 :	888	
	7956 :	7104	
12)			
	663 :	592	C - D temp.

Wird der Quart C - F 4 : 3 884 : 886 zugesetzt, so ist ihr Verhalt 886 : 663. e. g.

	4 :	3	
	886 :	884	
	3544 :	2652	
4)			
	886 :	663	C-F. temp.

Diese

Diese 3. temperirte Verhältnisse tragen wir über auf unsern angenommenen Grund-Ton 2000.00.

Wir suchen also zu C 2000. 00. ein G nach dem angezeigten Verhalt:

663 -- 443 -- 200000?

Antwort.

Facit 1336. 34. G.

D wird also gefunden:

663 -- 592 -- 200000?

Facit 1785. 82. D.

F wird also berechnet:

886 -- 663 -- 200000?

Facit 1496. 61. F.

Diese 4. Tone C D F G suchen nun die in ihrer Octav befindliche grosse Tertzen, nach dem angezeigten Verhalt.

C suchet E also:

501 -- 400 -- 200000?

Facit 1596. 80. E.

c 1000. 00. suchet abwerts ein ♭A also:

2012 -- 2535 -- 100000?

Facit 1259. 94. ♭A.

Weil nun bA auch ein Gs abgeben muß, so hat sich die Tertz E Gs schon eingerichtet.

G suchet H nach dem fest gestelten Verhalt also:

2535 -- 2012 -- 133634?

Facit 1060. 68. H.

G suchet abwerts sein Tertz bE nach dem angezeigten Verhalt:

400 -- 501 -- 133634?

Facit 1673. 76. bE vel Ds.

Das schon gefundene D suchet seine Tertz Fs nach dem angezeigten Verhalt also:

2535 -- 2012 -- 178582?

Facit 1414. 38. Fs.

Dieses Fs suchet seine Tertz Ais nach dem angezeigten Verhalt also:

640 -- 507 -- 141438?

Facit 1122. 83. Ais vel B.

F findet seine Tertz A also:

501 -- 400 -- 149661?

Facit 1194. 90. A.

NB. um des beym F wegeworffenen Bruchs willen.

F suchet auch abwerts seine grosse Tertz bD also:
507 -- 640 -- 149661?

Facit 1889. 22. bD vel Cs.

NB. mit dem beym F weggeworffenen Bruche.

Diese gute, ob gleich ungleich schwebende Temperatur siehet demnach in Ordnung gesetzt, also aus:

No. III.

C	2000.	00
Cs	1889.	22
D	1785.	82
Ds	1673.	76
E	1596.	80
F	1496.	60
Fs	1417.	38
G	1336.	34
Gs	1259.	94
A	1194.	90
B	1122.	83
H	1060.	68
c	1000.	00

Vielen gefält auch diejenige Temperatur, da die in 3. Theile zu vertheilende Diesis also vertheilet wird:

1.	7
2.	8
3.	9
	24.

Da werden denn die Tertzen auch dreyerley Gattungen, davon viere $\frac{7}{24}$, viere $\frac{8}{24}$ oder $\frac{1}{3}$, und viere $\frac{9}{24}$ oder $\frac{3}{8}$, Diesis aufwerts schweben, nemlich:

c	e	7	g	h	7	d	fs	7	a	cs	8
e	gs	9	h	ds	9	fs	b	9	cs	f	9
gs	c	8	ds	g	8	b	d	8	f	a	7.

Die erste Sorte wird um 1007 : 1000. erhöhet.
Dahin gehören:

c - e
be - g
b - d
f - a

Die andere Sorte wird um 1015 : 1007 erhöhet.
Dahin gehören:

g - h
ba - a
d - fs
a - cs

Die dritte Sorte wird um 1024 : 1015 erhöhet.
Dahin gehören:

e - gs
h - ds
fs - ais
cs - eis

Die Verbindungs-Töne sind G, D und F.
C - G 3:2 wird um 885 : 884 erniedriget;
C - D 9 : 8 wird um 886 : 884 erniedriget,
C - F 4:3 wird um 886:884 erhöhet.

Der

Der Verhalt der ersten Sorte der Terzen wird also gefunden:

1007	:	1000
5	:	4
5035	:	4000

5) ———————

1007 : 800. Verhalt der ersten Sorte.

Der Verhalt der andern Sorte wird also eingerichtet:

1015	:	1007
5	:	4

5075 : 4028. Verhalt der andern Sorte.

Der Verhalt der dritten Sorte wird also bekannt:

1024	:	1015
5	:	4
5120	:	4060

20) ———————

256 : 203. Verhalt der dritten Sorte.

C - G 3 : 2. wird auf folgende Art um 885 : 884 erniedriget:

3	:	2
884	:	885
2652	:	1770

6) ———————

442 : 295 C G temp.

Ubertrag.

442 -- 295 -- 200000?

Fac. 1334. 84. G.

C - D, 9 : 8 wird auf folgende Art um 886 : 884 erniedriget:

9	:	8
884	:	886
7956	:	7088
4) 1989	:	1772 C - D temp.

Ubertrag.

1989 -- 1772 -- 200000?

Fac. 1781. 79. D.

C - F 4 : 3 wird folgender gestalt um 886 : 884 erhöhet:

4	:	3
886	:	884
3544	:	2652
4) 886	:	663 C F temp.

Ubertrag.

886 -- 663 -- 200000?

Fac. 1496. 61. F.

Nun

Nun wird zu C ein temperirtes E gesucht.

C - E gehöret unter die erste Sorte. Dieser Tertz Verhalt ist angezeigter massen 1007 : 800.

Ubertrag.

1007 -- 800 -- 200000?

Fac. 1588. 87. E.

Nun wird zu c abwerts ein bA gesucht. Diese Tertz gehöret unter die andere Sorte, und ihr Verhalt ist 4028 : 5075.

Ubertrag dieser Tertz:

4028 - 5075 -- 100000?

Fac. 1259. 93. bA vel Gs.

Das schon gefundene G gibt uns seine Tertz H nach dem angezeigten Verhalt der andern Sorte also:

5075 -- 4028 -- 133483?

Fac. 1058. 66. H.

G findet auch abwerts seine Tertz bE nach dem angezeigten Verhalt:

800 -- 1007 -- 133484?

Fac. 1680. 22. bE. vel Ds.

Das oben gefundene D suchet seine Tertz Fs nach dem angezeigten Verhalt der andern Sorte:

5075 -- 4028 -- 178179?

Fac. 1416. 16. Fs.

Dieses Fs erlanget den Verhalt seiner Tertz Ais also:

256 -- 203 -- 141616?

Fac. 1122. 98. Ais. vel. B.

NB. wegen der beym D und Fs weggeworffene Brüche.

Das oben gefundene F suchet seine Tertz A nach dem angezeigten Verhalt.

1007 -- 800 -- 149661?

Fac. 1188. 96. A.

F weiß auch absteigend seine Tertz bD zu suchen:

203 -- 256 -- 149661?

Fac. 1887. 35. bD vel Cs.

Wir setzen nun die gefundenen Termine in Ordnung:

No. IV.

C	2000.	00.
Cs	1887.	35.
D	1781.	79.
Ds	1680.	21.
E	1588.	87.
F	1496.	61.
Fs	1416.	16.
G	1334.	84.
Gs	1259.	93.
A	1188.	96.
B	1122.	98.
H	1058.	67.
c	1000.	00.

Dieses ist nün eine recht feine Temperatur, die der gleichschwebenden ziemlich nahe kömmt.

Die abgezogenen Differentzen müssen in allen 4. bisher berechneten Temperaturen 100000 machen.

Schüler.

Da die bisher berechnete 4. Temperaturen noch nicht vollkommen rational-gleiche halbe Tone aufweisen; so möchte doch gerne wissen wie die Berechnung einer solchen Temperatur, worinnen alle Intervalle gleiches Nahmens einander rational-gleich sind, angestellet würde?

Lehrmeister.

Hierinnen hat uns der berühmte Quedlinburgische Stiffts-Hof-Organist Herr Johann Georg Meckenheuser in seiner Untersuchung der so genannten allerneuesten Temperatur, welche Herr Hof-Rath Hensling berechnet, und Heerr Capellmeister, Bümler zu Anspach Herrn Mattheson commu-

communiciret, wie solche in seiner Critica musica zu finden ist, rühmlich vorgearbeitet. Dieser in mathematischen Wissenschafften wohl erfahrne Organist gehet nicht, wie wir bisher zur Ubung gethan, mit Vertheilung des Commatis ditonici unter die Quinten, noch der Diesis unter die grossen Tertzen zu Wercke, sondern theilet

I) Die Octav durch logarithmische Rechnung, wozu in der X. und XI. Lection Anweisung gegeben wird, und Extraction der Quadrat-Wurtzel in zwey rational-gleiche Theile. Er erwehlet das Contra *A* mit 16000. 0000. zum Grund-Tone. Da heißt es denn: Wie sich Dis zu *A* verhält; so verhält sich A zu Dis. Ursach: *A*-Dis ist ein Triton, und weil Ds auch ein bE abgeben muß, so macht bE mit A aufwerts wieder einen Triton aus, gleichwie es z. E. bey C { bG / Fs } c und allen übrigen Tasten beschaffen ist. Diese 3 Termini sehen denn nebst ihren beyden Differentzen also aus:

8000. 0000. A.	
	3313. 7084. A. Dis.
11313. 7084. Dis.	
	4686. 2916. Dis. *A*.
16000. 0000. *A*.	
	8000. 0000. A.

Da muß denn die Summa der Differentzen just wiederum 8000. 0000 ausmachen.

II) Thei-

II) Theilet er die Octav in 3 rational-gleiche Theile, oder in 3 gleiche grosse Tertzen ein. Da es heisset: Wie *A* zu Cis, so Cis zu F und F zu A. Denn es ist bekannt, daß das F auch ein Eis abgeben muß.

Diese 3 rational-gleiche Verhältnisse erlanget er durch Extraction der Cubic-Wurtzel, welche mit ihren Differentzen also zu Pappiere stehen:

8000. 0000. A.	
	2079. 3684. A. F.
10079. 3684. F.	
	2619. 6524. F. Cis.
12699. 0208. Cis.	
	3300. 9792. Cis. *A.*
16000. 0000. *A.*	
	8000. 0000. A.

Hier giebt er Herrn Mattheson einen Trumph und schreibt: „Der Herr Capellmeister rede nicht „mehr so schimpflich von dem Calculo Logarith-„mico, von welchen er so wenig verstehet als eine „Katze.

Ein derber Trumph vor Herrn Mattheson, der in seiner Organisten-Probe, und grossen Genral-Baß-Schule so starck mit Zahlen handelt.

III) Theilet er die Octav in vier rational-gleiche Theile, oder in vier gleiche kleine Tertzen, da es denn heisset: Wie *A* zu C, also C zu Dis, Dis zu Fis und Fis zu A. Diese vier rational-gleiche Verhältnisse erhält er durch Extraction der

Zensi-Zensic-Wurtzel, und sie stehen mit ihren rational-gleichen Differentzen also:

8000. 0000. A.
1513. 6568. A. Fis.
9513. 6568. Fis.
1800. 0516. Fis. Dis.
11313. 7084. Dis.
2140. 6342. Dis. C.
13454. 3426. C.
2545. 6574. C. A.
16000. 0000. *A.*
8000. 0000. A.

IV) Theilet er die Octav in 6. egale Tone durch Extraction der Zensi-Cubic-Wurtzel, da es heisset: Wie *A* zu *H*, so *H* zu Cis, Cis zu Dis, Dis zu F, F zu G und G zu A; Diese 6 rational-gleiche Verhältnisse stehen mit ihren Differentzen also:

8000. 0000. A.
979. 6971. A. G.
8979. 6971. G.
1099. 6713. G. F.
10079. 3684. F.
1234. 3400. F. Ds.
11313. 7084. Ds.
1388. 3124. Ds. Cs.
12699. 0208. Cs.
1555. 3504. Cs. H.
14254. 3712. *H.*
1745. 6288. H. A.
16000. 0000. *A.*
8000. 0000. A.

V) Thei

V) Theilet er die Octav in 12. gleiche halbe Töne durch Extraction der Zensi-Zensi Cubic-Wurtzel, deren Termini und Differentzen also zu Buche stehen:

8000. 0000. A.	
	475. 6175. A. Gs.
8475. 6175. Gs.	
	504. 0796. Gs. G.
8979, 6971. G.	
	533. 9597. G. Fs.
9513. 6568. Fs.	
	565. 7116. Fs. F.
10079. 3684. F.	
	599. 3504. F. E.
10678. 7188. E.	
	634. 9896. E. Ds.
11313. 7084. Ds.	
	672. 9966. Ds. D.
11986. 7050. D.	
	712. 3158. D. Cs.
12699. 0208. Cs.	
	755. 3218. Cs. C.
13454. 3426. C.	
	800. 0286. C. *H.*
14254. 3712. *H.*	
	846. 7624. *H. B.*
15101. 1336. *B.*	
	898. 8664. *B. A.*
16000. 0000. *A.*	
8000. 0000. A.	

„In

„In diesem Calculo (fährt er fort) ist zu sehen, „daß das erste Medium Dis in der Quadratischen „Vergleichung, mit dem Dis in der Zens-Zensi-„schen Vergleichung, und dem Dis in der Zensi-„cubischen, und mit dem Dis in der Zens-Zensi-„cubischen Reihe accurat, ob sie wohl durch ver-„schiedene Radices zum Vorschein kommen, über-„eintreffen: Dieses ist ebenfalls zu befinden in de-„nen Clavibus F. Cis. in denen 3. Tertiis maio-„ribus, und in denen 6. egalen Tonis, auch un-„ter denen 12. Semitoniis: Da denn die ersten „durch die cubische, und die andern durch die Zensi-„cubische, und die dritten durch die Zzcl. radi-„ces entsprungen, und also mit denen übrigen, „welche sich alle unter denen 12. Semitoniis befin-„den, und also die gantze Sache in ihrer Richtig-„keit bestätigen.

Hernach reducirt er seine Verhältnisse auf 4000.0000. Grund-Ton, und setzt die Henflingische Temperatur, so Herr Capellmeister Bümler Herrn Mattheson communiciret, dargegen, und zeiget wie weit sie von einander unterschieden, nemlich:

Mecken-

Meckenheuser.

a.	2000.	0000.
gs.	2118.	9043.
g.	2244.	9242.
fs.	2378.	4142.
f.	2519.	8421.
e.	2669.	6797.
ds.	2828.	4271.
d.	2996.	6762.
cs.	3174.	7552.
c.	3363.	5856.
H.	3563.	5928.
B.	3775.	2834.
A.	4000.	0000.

Hensling.

			Differentz.
a.	2000.	00.	
gs.	2118.	92.	
g.	2244.	92.	
fs.	2378.	41.	
f.	2519.	84.	
e.	2669.	68.	
ds.	2828.	42.	
d.	2963.	28.	NB. 33. 3952. zu hoch.
cs.	3174.	80.	5448.
c.	3363.	58.	
H.	3563.	60.	
B.	3775.	49.	2066.
A.	4000.	00.	

Der merckliche Fehler beym d ist in der grossen General-Baß-Schule Herrn Matthesons corrigiret, und bekommt d 2996. 28.

Hierbey muß anmercken, daß Herr Meckenheuser sich bey dem Cs im Ubertrage auch verstossen, denn die erste Zahl hinter dem Puncte muß nicht 2 sondern 7 seyn. Wer das Buch besitzet, kan es corrigiren. Die Probe ist:

16000.0000 - 12699.0208 - 4000.0000?

Facit 3174. 7552. Cis.

Auf dem folgenden Blat p. 29. muß sie auch corrigiret werden. Seine 7 mag einer 2 sehr ähnlich gesehen haben.

NB. Es stecken noch einige kleine Verstosse darinnen, wovon in der XI. Lection.

Die Differentzen dieser Temperatur sind folgende:

118.	9043.	a.	gs.
126.	0199.	gs.	g.
133.	4900.	g.	fs.
141.	4279.	fs.	f.
149.	8376.	f.	e.
158.	7474.	e.	ds.
168.	2491.	ds.	d.
177.	5790.	d.	cs.
189.	3304.	cs.	c.
200.	0072.	c.	H.
211.	6906.	H.	B.
224.	7166.	B.	A.
2000.	0000.	a.	

Dar-

Darauf lehret er wie diese egale Temperatur auf eine Viola di Gamba zu bringen, und ihre Bund-Griffe darnach einzurichten; womit wir uns aber vor jetzo nicht aufhalten.

Schüler.

Kan denn diese Meckenheuserische Temperatur nicht auf 2000. 00 reduciret werden.

Lehrmeister.

O ja, aber wir müssen dazu Bruch-Zahlen gebrauchen. Hier sind sie, und die Neidhardtische so genannte gleichschwebende darneben:

Meckenheuser.		Neidhardt.		
C	2000. 00	C	2000. 00.	
Cs	1887. 64 $\frac{17}{100}$.	Cs	1887. 74.	Hier beym Cs wird sich Meckenheuser verstossen haben.
D	1781. 79 $\frac{6}{25}$.	D	1781. 79.	
Ds	1681. 79 $\frac{7}{25}$.	Ds	1681. 78.	
E	1587. 37 $\frac{10}{50}$.	E	1587. 40.	
F	1498. 33 $\frac{87}{100}$.	F	1498. 30.	
Fs	1414. 21 $\frac{71}{200}$.	Fs	1414. 21.	
G	1334. 83 $\frac{197}{200}$.	G	1334. 83.	
Gs	1259. 92 $\frac{21}{200}$.	Gs	1259. 92.	
A	1189. 20 $\frac{71}{100}$.	A	1189. 20.	
B	1122. 46 $\frac{21}{100}$.	B	1122. 46.	
H	1059. 45 $\frac{43}{200}$.	H	1059. 46.	
c	1000. 00.	c	1000. 00.	

Da sehen wir, wie gering der Unterschied ist, und daß das Gehör, wenn es zum Auftragen vermittelst des Maaßstabes kommt, nichts verliehret, man mag diese oder jene auftragen. Wie ungleich aber ist die Mühe, die diese berühmte Männer angewandt haben gegen der unsrigen? Was helffen uns die übrigen Zahlen? Genug wenn wir das Gehör vergnügen. Denn so lange es nicht dahin kommt, ist alle Mühe und noch so künstliche Rechnung vergebens. Das Gehör bleibt endlich doch Ober-Richter. Doch läst sichs die Accuratesse der Nation wohl gefallen, und wird dadurch behutsam gemacht.

Schüler.

Wie wird denn ein solcher Maaßstab gemacht und gebraucht?

Lehrmeister.

Hierzu giebt uns Herr Capellmeister Neidhardt in seinen gäntzlich erschöpften mathematischen Abtheilungen des temperirten Canonis Monochordi p. 46. Anweisung, wenn er schreibt: Wer dergleichen ausgerechnete Temperaturen auf einen Canonem tragen will, mache sich einen Maßstab, halb so lang (als der Canon ist) und theile ihn in tausend Theile. (Erst in 5, darnach in 10. dann in 100, und so weiter.) Wollen darnach die zwey Ziffern, so durch einen Punct von den andern abgesondert sind,

über 50 steigen, so vermehre er die vorhergehenden (wie aus den Tabulis sinuum bekannt ist) um eine Unität. Denn theile er den Canonem in zwey Theile, für die erste Octave. Und von diesen c an werden die Zahlen, mit Auslassung des Tausends (welches für die übrige Octaven gehört) von der Rechten zur Lincken, abgestochen.

Ein solcher Maaßstab ist bey dem gedachten Neidhardischen Tractate in Kupffer zu finden. Allein dieser weiset nur wie einer von Holtz oder Metall zu machen ist. Man kan sie bey Reiß-Zeugen sehr accurat und sauber von Meßing haben. Denn dem Pappiere darff man nicht trauen; das wird in der Feuchte länger, und in der Dürre kürtzer. Jener war so einfältig und leimte sich das Blat von der Neidhardtischen Temperatur, so bey gedachten Buche nebst dem Maßstabe ist, auf ein Monochord, und meynete darnach eine richtige Temperatur zu haben. Aber weit gefehlet. Was ist das Pappier, wenn es auf den Leim kommt, oder mit Leim bestrichen wird vor eine Materie? Das geht nicht an, und wenn die Temperatur noch so richtig darauf wäre. Man bedencke doch was der Kupfer-Drucker mit dem Pappiere macht, wenn er den Kupferstich abdruckt. Dieses dienet einem guten Freunde zur Nachricht.

Schüler.

Ich sehe wohl daß bey gedachten Neidhardtischen

schen Maaßstabe 11. Linien gleich weit von einander gezogen sind: Ingleichen daß diese Linien in 10. Abschnitte getheilet worden, und der zehende Abschnitt wieder in 10. Theile getheilet ist; wie auch daß 10 schiefe Quer-Linien durch die erst gemeldten Linien gehen: Ich begreiffe aber noch nicht recht, wie ein solcher Maaßstab zu gebrauchen, bitte dahero um Unterricht.

Lehrmeister.

Wilst du wissen wie viel ein, zwey, drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht, ueun tausend Theil betrage, so zeiget solches die schiefe Linie bey der 0. Verlangst du 10. 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80. 90. 100. solcher Theile zu wissen, so zeigen solches die Zahlen auf der Saite von 0 bis 100. Da nun noch 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. hundert Theile vorhanden sind, so machen solche mit den obern 1000. Theile aus.

Wenn du nun z. E. wissen wilst, wie viel 888 Theile betragen, so nimm erstlich 800, dann fahre bey der Zahl 80 hinüber wo oben 8. drüber stehet, so hast du 888 Theile von denen 1000 Theilen. Wenn du nun einen Canon 2. Fuß lang hast, so wird die Helffte davon vor 1000. Theile geschätzet. Wilst du denn wissen, wo das Fleckgen oder der subtile Circkel-Stich ist, da das temperirte Cis hingehöret; so siehe wie viel Cis von 2000. 00 Theilen bekommt, nemlich in der Neidhardtischen so genannten gleichschwebenden Temperatur

peratur 1887. 74. Da nun die zwey Zahlen hinter dem Puncte 50 übersteigen, so vermehre die vorherstehende um 1. kommt 1888. Diese 1888. ziehe von 2000 ab, bleiben 112, als die Differentz zwischen 2000 und 1888; Um diese 112 Theile rücke mit dem Cs von C hinauf. Nimm sie mit einen accuraten Hand-Circkel ab, und trage sie auf deinen Canon, und so weiter mit allen folgenden Tonen. Als z. E: du wilt wissen wo D hingehöret? so ziehe 1782 von 2000 ab, bleiben 218, und um so viel Theile rücke von C hinauf, so kriegst du ein temperirtes D. Wer mit einem solchen Maaßstabe fertig umgehen lernet, der kan in etlichen Stunden eine ausgerechnete Temperatur ausmessen, und auftragen.

Schüler.

Ich freue mich sehr hiervon Kundschafft zu haben. Giebt es aber nicht auch andere Wege und Arten die Temperatur auszumessen, ohne ihre rational-Zahlen dabey zu haben?

Lehrmeister.

O ja. Herr Neidhardt lehret uns einen, der aber vieler Schwürigkeit und Ungewißheit unterworffen ist, weil das Comma ditonicum bey allen Tonen (C ausgenommen) in 12 gleiche Theile getheilet ist, die doch einander nicht gleich seyn dürffen; ingleichen weil ein Canon wenigstens 4 Fuß lang darzu erfordert wird, wozu denn auch ein ziemlich grosser Circkel gehöret.

Ich will solche Art aus Herrn Neidhardts Buche, um derer willen, die es nicht besitzen, hier beyfügen. Er schreibt also:

„Der Quinten- der kleinen Tertzen- und der „grossen Sexten-Circkel überschreiten die Octav; „der Quarten- grossen Tertzen und der kleinen Sex„ten-Circkel erreichen sie nicht. (Wie solches vor„her bewiesen, und uns schon bekannt ist.)

Weil nun die Octave rein seyn und bleiben muß, so nehme ich einen Canonem, wenigstens, zwischen den Stegen, 4 Schuh lang, an, und steche erstlich die Octave C c = 2 : 1 ab.

Darnach nehme ich die Reyhe der Quinten vor, und trage sie auf.

Ich theile nemlich die Saite

1.) von C an in 3 Theile: der 2 giebt G.

2.) von G an in 3 Theile: und schlage 1. davon zurücke, für das D.

3.) von D an in 3 Theile: der 2 giebt A.

4.) von A an in 3. Theile: und schlage 1 davon zurücke, für das E.

5.) von

5.) von E an in 3 Theile: der 2 giebt H.

6.) von H in 3 Theile: und schlage 1 davon zurücke, für das Fs.

7.) von Fs an in 3 Theile: und schlage 1 davon zurücke, für das Cs.

8.) von Cs an 3 Theile: der 2 giebt Gs.

9.) von Gs an in 3 Theile: und schlage eins davon zurück, für das Ds.

10.) von Ds an in 3 Theile: der 2 giebt B.

11. von B an in 3 Theile: und schlage eins davon zurücke, für das F.

„Der letzten Quinte 3 : 2 (welche F c^d seyn „würde) bleibt man gerne überhoben, weil sich „c von seinem Puncte nicht rühren darf.

„Nun kan der Uberfluß des commatis ditonici der letzten (oder auch einer andern) Quinte „alleine, unmöglich zur Last fallen. Dahero siehet man bald, es müsse dieses Comma zerstücket, „und unter alle Quinten ausgetheilet werden. „Dem zur Folge ist nöthig, ein solches Comma „vor alle Tone dieser Quinten-Reyhe zu stellen,

„und die temperirten Tone, hauptsächlich, inner„halb dieses Raums zu erwarten.

„Es stehen aber die termini der Quarten-Rey„he von dem terminis der Quinten-Reyhe um ein „solches comma entfernet.

Darauf setzt er den Beweiß von allen eilffen. Ich will, um den Raum zu erspahren, nur ein paar hersetzen.

1.)	2187	:	2048	C		Cs
	243	:	256	Cs^{m}	:	C
	531441	:	524288.	Cs^{m}	:	Cs.

2.)	9	:	8	C	:	D
	59049	:	65536	D^{m}		C
	531441	:	524288	D^{m}		D.

Die Sache hat ihre unwidersprechliche Richtigkeit. Wer es nicht glauben will, der rechne nach.

Derohalben (fährt er fort) nehme ich auch die Reyhe der Quarten an/ und trage sie gleichfalls auf

Ich theile also die Saite

1.) von C an in 4 Theile: der 3 giebt F^{m}.

2) von F^{m} an in 4 Theile: der 3 giebt B^{m}.

3) von

3.) von B^{m} an in 2 Theile: und schlage 1 davon zurücke, für das Ds^{m}.

4.) von Ds^{m} an in 4 Theile: der 3 giebt Gs^{m}.

5.) von Gs^{m} an in 2 Theile: und schlage 1 davon zurücke, für das Cs^{m}.

6.) von C^{m} an in 4 Theile: der 3 giebt Fs^{m}.

7.) von Fs^{m} an in 4 Theile: der 3 giebt H^{m}.

8.) von H^{m} an in 2 Theile: und schlage 1 davon zurücke, für das E^{m}.

9.) von E^{m} an in 4 Theile: der 3 giebt A^{m}.

10.) von A^{m} an in 2 Theile: und schlage 1 davon zurück für das D^{m}.

11.) von D^{m} an in 4 Theile: der 3 giebt G^{m}.

Daß die letzte Quarte 4:3 (welche Gm cm seyn würde) auch wegbleiben könne, ist nun klar genug.

Das Auftragen geschiehet allezeit von der Rechten zur Lincken, damit die

die Tone von der Lincken zur Rechten aufsteigen können.

Und nunmehro erwartet dieses doppelte Genus alle Temperaturen, die nur in der Welt zu erdencken sind.

Weil nun 12. Quinten Rath zu schaffen ist; so theile man gedachten Raum (des commatis) allenthalben in 12 gleiche Theile. Den Augenblick wird sich zeigen, daß der Canon nicht füglich kürtzer, als die erforderte 4 Schuh habe seyn können. Denn sonst wäre die Eintheilung des Raums Hm H nicht bequem und deutlich genug in Hand und Ohren gefallen.

Ist dieses geschehen, so wird G um 1, D um 2 A um 3, E um 4, H um 5, Fs um 6, Cs um 7 Gs um 8, Ds um 9, B um 10, und F um 11. Zwölftheil comm. dit. erniedriget, so dann bleibt vor die letzte Quint F c das 12te Zwölftheil übrig, und mithin ist das Comma dit. unter 12. Quinten vertheilet, und man kan jeden von den 11. temperirten Tonen sein Plätzgen anweisen, wie in dem Neidhardtischen Kupferstiche zu ersehen.

Diese Ausmessung ist aber sehr ungewiß, weil mans leicht um einen Circkelstich versehen kan, und hernach fehlet es überall an der Richtigkeit. Hierzu kommt noch dieses, daß die Theile des Commatis einander nicht gleich seyn dürffen, sondern nach Proportion, so wohl als die übrigen grossen Distantzen, abfallen müssen. Man kan also leicht urtheilen, daß die Helffte der Tone etwas weniges zu tief, und die andere Helffte zu hoch werden müssen; denn das erste Zwölftheil bey G ist zu groß, und das letzte bey Fm zu klein, daß man also, wenn auch die Ausmessung auf diese Art gantz richtig geschehen, zwar eine gute Temperatar bekömmt, aber keine so genannte gleichschwebende oder rationalgleiche. Hierzu kommt noch, daß ein gar grosser Circkel darzu gehöret, der eine Distanz von 2 Schuhen macht; anderer Schwürigkeit zu geschweigen.

Ich will dir demnach

Eine gewissere und leichtere Art, wie die rational-gleiche Temperatur auszumessen,

zeigen.

Das ist folgende:

Theile 1.) einen Canon 2. Fuß lang in 2. gleiche Theile, so hast du in der Mitte die Octav.

2.) den gantzen Canon in 5. Theile (ver-

(verstehe von der Rechten zur Lincken) so giebt der 4. E, nemlich ein gantz reines, aber noch kein temperirtes.

3.) von diesem, oder bis zu diesem E in 5. Theile: der 4. giebt Gs, mit welchem es gleiche Bewandniß hat.

Wolte man nun zu diesem Gs wiederum eine gantz reine grosse Tertz suchen, so würde man Hs bekommen, welches vom c, als der Octav, um die Diesin 128:125. entfernet ist. Dieser Mühe aber können wir überhoben seyn weil c von seinem Puncte nicht verrücket werden darf.

4.) von c an in 4. Theile: und schlage einen davon zurücke, welcher zu c abwerts eine reine grosse Tertz bA giebt.

Dieses bA stehet um die Diesin vom Gs entfernet, und zwischen diesem Raume haben wir das temperirte Gs, welches auch ein bA abgeben muß und kan, zu erwarten.

5.) von bA an in 4. Theile: und schlage einen davon zurück für bF.

Dieses bF stehet abermahl um eine Diesin höher als das E, und zwischen diesem E und bF haben wir das temperirte E zu erwarten.

Weil nun diese Diesis unter die grosse Tertzen

C E { Gs / bA } c zu vertheilen ist, so thei-

le

le sie zwischen E und ♭F, ingleichen zwischen Gs und ♭A in drey gleiche Theile. Das zu temperirende E wird um $\frac{1}{3}$, und das zu temperirende Gs um $\frac{2}{3}$ Diesis erhöhet. Aber mercke: weil doch diese Drittheile auch einander nicht vollkommen gleich seyn, sondern nach Proportion abfallen müssen; so kanst du mit dem E noch um einen kleinen Circkelstich höher treten, als das erste Drittheil ausweiset. Mit dem Gs kan es um 2 solche kleine Pünctgen geschehen, und alsdenn bleibet vor ♭A c das dritte drittheil Diesis übrig.

Hiermit kriegen wir an E und Gs gleichsam 2. Grentzsteine, die uns bey den folgenden Tonen immer zurechte weisen, und vor Irrthum warnen.

Nun mercke:

Zwischen C und E fallen 2 Quinten und zwey Quarten, als C - G - D - A - E, zwischen E und Gs wiederum, nemlich

E - H - Fs - Cs - Gs; und zwischen { Gs / ♭A } c abermahl, nemlich ♭A - ♭E - ♭H - F - c. Also haben wir zwischen C - E drey Tone, G, D und A zu suchen. Dieses geschiehet auf folgende Weise:

Theile den Canon

6.) von C an in 3. Theile: der 2. giebt G, Nota aber noch kein temperirtes.

7.) von diesem G an in drey Theile: und schlage 1. davon zurücke für das D.

8.) von diesem D an in 3. Theile: der 2. giebt A.

Weil wir aber diese reinen Quinten und Quarten nicht gebrauchen können, so theile den Canon

9.) vom temperirten E an in 4. Theile: der 3. giebt Am.

10.) von Am an in 2. Theile; und schlage 1. davon zurücke vor das Dm.

11) von Dm an in 4. Theile: der 3. giebt Gm.

Also haben wir G, D und A doppelt, und stehen diese alle mahl um ein Drittheil Comm. dit. von einander entfernet. Dahero theilen wir diesen kleinen Raum zwischen G - Gm, D - Dm und A - Am in 4 Theile.

Das zu temperirende G kommt um 1. viertel, D um 2, oder um die Helffte dieses kleinen Raums, und A um 3 viertel desselben tiefer zu stehen, und damit können wir diese 3. Tone, G, D, A leicht temperiren.

Um desto richtiger zu gehen, kan man bey G eines Haares (aber keines Pferde-Haares) breit höher treten als das $\frac{1}{4}$ ausweiset, bey D um 2, und bey A um 3. so es anders das Gesicht zu lassen will, damit diese Viertel nach Proportion abfallen. Jedoch wenn auch dieses nicht geschicht, so werden wir doch dem Gehör

Gehör noch keinen Tort thun, denn die Differentz ist zu klein. Zur Probe, ob man G, D und A recht temperirt habe, suche man zu dem temperirten A abwerts eine reine Quart E, in dem man den Canon von diesem A an in 3 Theile theilet, und 1. davon zurücke schlägt. Wenn nun das schon fest gestellte E um ein klein weniges tiefer stehet, als dieses zu A reine E, so ist man versichert daß G, D und A recht stehen.

Nun gilt es dem H, Fs und Cs. Diese temperiret zu kriegen, so theile den Can.

12.) vom temperirten E an in 3 Theile: der 2 giebt H.

13.) von diesem H an in 3 Theile: und schlage 1. davon zurücke für das Fs.

14.) von diesem Fs an in 3 Theile: und schlage 1. davon zurücke für das Cs.

15.) vom temperirten Gs an in 2 Theile: und schlage 1. davon zurücke für das Cs^{m}.

16.) von Cs^{m} an in 4. Theile: der 3. giebt Fs^{m}.

17.) von Fs^{m} an in 4. Theile: der 3 giebt H^{m}.

Also stehen H, Fs und Cs wieder doppelt, und allemahl $\frac{1}{3}$ Comm. dit. von einander. Dahero theilen wir den kleinen Raum zwischen H - H^{m}, Fs - Fs^{m}, Cs - Cs^{m} in 4. Theile, erniedrigen so dann H um 1, Fs um 2, und

Cs um $\frac{3}{4}$, und damit bekommen wir auch diese 3. Tone temperirt.

Kan man um mehrerer Accuratesse willen diese Viertel proportionirt darstellen, so ist es desto besser.

Es ist aber vor die Augen ein kützlich Werck. Zur Probe ob das H, Fs und Cs recht getroffen, so suche man zu dem temperirten Gs abwerts eine reine Quint Cs, indem man den Canon vom temperirten Gs an in 2 Theile theilet, und 1 davon zurücke schläget. Wenn nun das temperirte Cs um ein klein wenig höher stehet, als dieses, so ist H, Fs und Cs wohl temperirt.

Nun gilt es den Tonen ^{b}E, ^{b}H und F. Theile demnach den Canon

18.) von temperirten Gs vel ^{b}A an in 3. Theile: und schlage 1. davon zurücke für das ^{b}E.

19.) von ^{b}E an in 3 Theile: der 2 giebt ^{b}H.

20.) von ^{b}H an in 3 Theile: und schlage 1. davon zurücke für das F.

21.) von C an in 4. Theile: der 3 giebt F^{m}.

22.) von F^{m} an in 4 Theile: der 3 giebt ^{b}H^{m}.

23.) von ^{b}H^{m} an in 2 Theile: und schlage 1 davon zurücke für das ^{b}E^{m}.

Nun

Nun stehen ᵇE - ᵇEm, ᵇH - ᵇHm, und F - Fm. wiederum ⅓ Comm. dit. von einander. Dahero theilen wir diesen kleinen Raum zwischen denselben in 4 Theile, und erniedrigen ᵇE um 1, ᵇH um 2, und F um 3 viertel, und damit haben wir die gleiche Temperatur ausgemessen.

Auf diese Art kriegt man die rational-gleiche Temperatur gewisser heraus, als vermittelst des Quinten- und Quarten-Circkels allein; denn E und Gs sind so zu reden Grentz-Steine, die uns überall zu rechte weisen, und verrathen wo sich ein Irrthum und Fehlstich ereignet. Aber bey dem Quinten und Quarten-Circkel kan man nicht wissen, ob mans gewiß getroffen habe oder nicht. So fallen auch 4 kleine Theilgen deutlicher in die Augen als 12, und man kan sie fast ohne Circkel nach dem Augenmaasse bestimmen.

Anmerckung.

Zur recht genauen Probe nehme man die Distantz von C bis Cs mit dem Circkel ab, und setze alle folgende kleinere drein. Wenn nun diese Distantzen in guter Proportion nach einander abfallen, so hat man Beweises genug daß man seine Sache wohl verrichtet. Ubung, Gedult und Fleiß und ein guter Circkel gehöret hierzu.

Nun werden die beyden äussersten Stege fest angeleimet; eine Saite aufgezogen, und zwar No. 6. weiß, wenn gelb nicht hält; die Saite ins c ge-

stimmet, und alle 12. Intervallen vermittelst des beweglichen Steges zum Klange gebracht.

Alsdenn kan man ein Clavier leicht darnach temperiren, oder bey einen schon gestimmten die Temperatur examiniren.

Die achte Lection.

Von der würcklichen Ausübung der durch die Rechen- und Meß-Kunst erlangten Theorie von der Temperatur.

Schüler.

Also kömmt es bey Stimmung eines Claviers nach der rational-gleichen Temperatur vornehmlich darauf an, daß man die grossen Tertzen $\frac{1}{3}$ Diesis aufwerts, und die Quinten $\frac{1}{12}$ Comm. dit. abwerts schweben lasse. Kan man denn nun auch dergleichen Stimmung nach dem Gehöre treffen?

Lehrmeister.

O ja; Wenn das Gehör durch die Rechen- und Meßkunst von der Beschaffenheit einer gleichen Temperatur gnugsam überzeuget, unterrichtet und geschärffet ist, so ist es allerdings möglich. Die Rechenkunst unterrichtet und überzeuget den Verstand; und die Meßkunst macht die ausgerechnete Verhältnisse sichtbar, und überzenget auch das Gesicht.

Gesicht. Wenn nun das Gehör durch diese Wissenschafften gnugsam geschärfft und behutsam gemacht worden, so braucht es bey Stimmung eines Instruments weder Zahlen noch Linien mehr, sondern es ist nunmehr im Stande nicht nur $\frac{1}{12}$ Comma sondern wohl $\frac{1}{24}$ zu unterscheiden, und die egale Temperatur genau zu treffen.

Ich will es gantz deutlich beschreiben, wie ich bey Stimmung eines Claviers zu Wercke gehe:

1.) Werden die Octaven C c *c* c vollkommen reine gestimmet.

2.) Stimmt man zwischen dem ein- und zwey gestrichenen c die Tertzen *c e*, *e gs*, und *ᵇa* c aufwerts schwebend. Die rechte Maasse zu treffen, dienet mir das im tiefen C steckende und gelinde mittönende *e*, welches mit dem C eine vollkommen reine dreyfache Tertz ausmacht. Wenn ich das geschärffte *e* zu dem tiefen C anschlage, so ereignet sich ein Schweben; da muß man nun behutsam gehen, daß man das *e* nicht zu hoch ziehe. Ein drittel Diesis macht keine allzustarcke Schwebung, sondern eine solche die das Gehör gantz wohl vertragen kan. Kommt man aber höher, so werden die Tertzen unfreundlich.

3.) Stimme ich die Octaven *e* e E reine.

4.) Zu *e* die Tertz *gs* aufwerts schwebend, oder so scharf, als es das Gehör vertragen kan. Die rechte Maasse zu treffen dienet mir wiederum das tiefe E, als welches eine gantz reine Tertz *gs* bey sich führet, und gelinde mitthönen läst, welches

denn mit dem temperirten *e* wiederum etwas schweben muß.

5.) Die Octaven *gs* gs Gs gantz rein.

Nun halte ich das Gs gegen das schon gestimmte c. Weil nun das Gs auch eine gantz reine Tertz c bey sich führet, so wird es mit dem c, wenn sie zusammen geschlagen werden, abermahl schweben. Schwebete es nun weniger als E - *gs* oder C - c, so ist es ein Beweiß, daß man die erstern beyden Tertzen zu scharf gemacht hat. Ist aber Gs - c zu scharf, so muß dem *e* und *gs* noch etwas geholffen, und sie noch mehr geschärfft werden.

Diese beyden Klänge *e* und *gs* sind nun so zu sagen Grentzsteine, die mich bey allen folgenden zu rechte weisen; welche aber auch nicht müssen verrücket werden, wenn sie einmahl mit Behutsamkeit gesetzt sind.

6.) Nun müssen die 4. Quinten c *g*, g *d*, *d* *a*, a *e* so eingerichtet und etwas weniges abwerts schwebend gemacht werden, daß *e* stehen bleiben kan.

7.) Werden die Quinten *e* *h*, *h* *fs*, *fs* *cs*, *cs* *gs* auch so eingerichtet, daß das schon gestimmte *gs* stehen bleiben kan.

Es wird nemlich jede ein klein wenig, daß mans kaum mercket, abwerts schwebend gestimmet.

8.) Werden die Quinten gs *ds*, *ds* *b*, b *f*, *f* c wieder so eingerichtet, daß das schon gestimmte c stehen bleiben kan.

Ist dieses geschehen, so examinire man die Triaden f a *e*, fs ais cs, g h d, ba c be,

a

a es c, b d f, h ds fs, c e g, cs eis gs, d fs a, be g b, e gs h, ob sie einander an Schärffe gleich sind? Kan man zu frieden seyn, so werden die übrigen Claves in der Höhe und Tiefe octavenweiß vollends rein gestimmet.

Die Schwebungen der Quinten zu treffen, dienet gleichfalls die Doppel-Quint, die sich in jedem tiefen Tone rein mit hören läßt, als C g, Cs gs, D a, bE b, E h, F *c*, Fs *cs*, G *d*, Gs *ds*, A *e*, B *f*, H *fs*.

Ist nun ein Clavier auf solche Weisse gestimmet, so klingt es aus dem Cs und Fs so schön als aus C und F. Die Quinten nimmt das Gehör, weil ihnen nicht mehr als $\frac{1}{12}$ Comm. von ihrer völligen Reinigkeit abgehet, alle vor vollkommen rein an. Die grossen Tertzen sind wohl etwas scharff, doch lange nicht so scharff, als bA - c, H - ds, Fs - ais und Cs - eis bey der alten Temperatur Man gewohnt derselben in kurtzer Zeit also, daß man hernach keine andere Stimmung leiden kan, wenigstens die alte nicht, in welcher, ohne besagte 4 Tertzen, gs ds erbärmlich zu hoch, und einem gutem Gehör gantz unleidlich ist.

Schüler.

Ich sage Danck vor den deutlichen Unterricht, und werde mir Mühe geben, daß ich ein Clavier recht rein stimmen lerne.

Lehrmeister.

Ein wenig Gedult, und fleißige Ubung wird dich so fertig machen, daß du ein Clavecin, wenn es nicht allzusehr verstimmet ist, in einer halben Stunde gut und wohl stimmen wirst.

Die neundte Lection.

Von dem Intervallen-System des Herrn Capellmeister Telemanns.

Schüler.

Ich habe vernommen, daß der berühmte Capellmeister Herr Telemann in Hamburg ein besonder Intervallen-System auf die Bahn gebracht habe, in welchem ein jedes Intervall auf vierfache Art dargestellet wird, nemlich viererley Secunden, als die kleineste, kleine, grosse und grösseste; so dann viererley Tertzen, Quinten, Sexten, Septimen und Octaven. Was hat es doch damit vor eine Beschaffenheit?

Lehrmeister.

Mit dem Telemannischen Intervallen-System hat es fast die Bewandniß wie vor Zeiten mit dem enharmonischen Geschlecht; Doch ist dasselbe viel besser und accurater.

Es liegt nemlich am Tage, daß wir auf unsern Claviren eigentlich nur das diatonisch-chromatische Geschlecht haben, und wenn ein enharmonisches Intervall vorkommt, ein quid pro quo nehmen müssen, als z. E: gs muß auch ein ba, ds ein be, u. s. w. abgeben. In dem Telemannischen System aber haben alle in heutiger Praxi vorkommende Noten ihre eigene Claves oder bestimmte Klänge, welche man sonderlich auf der Geige und mit der Stimme wohl von einander unterscheiden kan. Ich will es kürtzlich beschreiben:

1.) Die Octav ist in 55. Commaten getheilet.

2.) Ein kleinester Ton, z. E. C bbD oder Cs bD enthält ein Comma. Also sind Cs bD, Ds bE, Fs bG, Gs bA, Ais bH &c. allemahl ein Comma von einander unterschieden.

3.) Die Octav theilt sich in 6 grosse Tone und ein Comma ein, z. E:

C D E Fs Gs Ais Hs c

Also ist Hs vom c um ein Comma unterschieden; Auf dem Clavier aber muß das c auch ein Hs abgeben.

4.) Kein eintziges Intervall macht in seinem Umfange und Fortschreitung einen runden Circkel, sondern überschreitet entweder die Octav, oder erreicht sie nicht. z. E:

Vier kleine Tertzen überschreiten die Octav um ein Comma, als:

C bE bbG bbH bbd

Da stehet das bbd ein Comma höher als die Octav.

Drey grosse Tertzen erfüllen die Octav nicht, sondern es fehlet noch ein Comma, als:

C E Gs Hs.

Zwölf Quarten überschreiten die Octav um ein Comma, als:

C - F - bH - bE - bA - bD - bG - bC - bF - bbH - bbE - bb A - bb D.

Zwölf-Quinten erreichen die Octav nicht, sondern es fehlet noch ein Comma:

C - G - D - A - E - H - Fs - Cs - Gs - Ds - Ais - Eis - Hs.

Auf die übrigen Intervallen kan man nun leicht den Ubertrag machen,

5.) In diesem System kan man die kleinesten und grössesten Intervallen besser ausdrücken als auf dem Clavier. z. E.

Auf dem Clavier muß die kleine Tertz C - bE auch ein grösseste Secund C - Ds abgeben. Die grosse Tertz muß auch die kleineste Quart darstellen, als: C - bD - bE - bF; da muß das E auch ein bF seyn

Die grösseste Tertz, z. E. C - Eis läst sich auf dem Clavier nicht ausdrücken, weil man an deren statt die würckliche Quart nehmen müßte.

Die grösseste Quart z. E. C xF läst sich auf dem Clavier auch nicht anbringen, weil man an deren statt die würckliche Quint nehmen müste, die sich aber nicht dazu schickt.

Die kleineste Quint und kleineste Sext dienen auch nicht vors Clavier, weil man an deren statt, die Quart und Quint nehmen müste.

Die

Die grösseste Septime z. E. C - Hs läst sich auf dem Clavier auch nicht brauchen, weil man an deren statt die würckliche Octav nehmen müste, die aber nicht darzu dienet ꝛc.

Schüler.

Also wird dieses System nicht vors Clavier seyn?

Lehrmeister.

Nein, sondern Sänger, Geiger und Pfeiffer können es in die Ausübung bringen; Jedoch auch nicht alle; Manche würden ziemliche krumme Mäuler dabey machen.

Wäre es aber Sache, daß man in die Octav 55 Claves oder Tasten bringen könnte, so möchte es angehen. Die Clavier-Kunst aber solte alsdenn noch 100mahl schwerer werden, als sie jetzt ist.

Schüler.

Wenn man nun dieses System berechnen wolte, wie müste man es wohl anfangen?

Lehrmeister.

Wir wollen nur das bekannte Comma syntonum 81 : 80 darzu nehmen, weil es doch von dem Telemannischen mehr dem Verstande als dem Gehör und Gesicht nach unterschieden ist. Solches wollen wir in 12 arithmetische Theile theilen,

und solche den Meckenheuserischen Terminen bey den Quinten nach und nach abziehen, und bey den Quarten zusetzen, alsdenn werden wir zwar eben keine 55 rational-gleiche, jedoch so viel das Gehör fassen kan, brauchbare Commaten und Intervalle erlangen.

Weiter unten wird auch gelehrt werden, wie solches durch logarithmische Rechnung recht genau zu berechnen ist. Vorietzo theilen wir das Comma 80 : 81 nur in 12. arithmetische Theile, welche folgende sind:

12.	960	
11.	961	1.
10.	962	2.
9.	963	3.
8.	964	4.
7.	965	5.
6.	966	6.
5.	967	7.
4.	968	8.
3.	969	9.
2.	970	10.
1.	971	11.
	972	12.

Die Meckenheuserischen Termini seiner rational-gleichen Temperatur sind oben p 179. bereits angezeigt worden. Da nun diesen 12. Terminen das Comma nach und nach abzuziehen ist, damit die

zwölfte

zwölfte Quinte ein Comma tiefer zu stehen komme, so ziehen wir dem G das grösseste zwölftheil Commatis 960 : 961. also ab:

960 - 961 - 133484?

Fac. 1336. 23. G.

Dem D ziehen wir $\frac{2}{12}$. 960 : 962 ab:

960 - 962 - 178179?

Facit 1785. 50. D.

Dem A ziehen wir $\frac{3}{12}$. 960 : 963 ab?

960 - 963 - 118920?

Fac. 1192. 91. A.

Dem E ziehen wir $\frac{4}{12}$. 960 : 964 ab:

960 - 964 - 158737?

Fac. 1593. 98. E.

Dem H werden $\frac{5}{12}$. 960 : 965 abgezogen:

960 - 965 - 105945?

Fac. 1064. 96. H.

Dem Fs werden $\frac{6}{12}$. 960 : 966 abgezogen.

960 - 966 - 141421?

Facit 1423. 04. Fs.

Dem

Dem Cs werden $\frac{7}{12}$. 960 : 967 abgezogen:

960 - 967 - 188764?

Fac. 1901. 40. Cs.

Dem Gs werden $\frac{8}{12}$. 960 - 968 abgezogen:

960 - 968 - 125992?

Facit 1270. 41. Gs.

Dem Ds werden $\frac{9}{12}$. abgezogen:

960 - 969 - 168179?

Fac. 1697. 55. Ds.

Dem B werden $\frac{10}{12}$. abgezogen, so bekommen wir ein Ais.

960 - 970 - 112246,

Facit 1134. 15. Ais.

Dem F werden $\frac{11}{12}$. abgezogen, so bekommen wir ein Eis.

960 - 971 - 149833?

Facit 1515. 49. Eis.

Dem c wird nun das gantze Comma 960 : 972 (81 : 80) abgezogen, so bekommen wir ein Hs.

80 - 81 - 100000?

Fac. 1012. 50. Hs.

Das xF zu erlangen, ziehen wir von dem bereits berechneten G ein Comma ab, weil es um so viel vom G entfernet ist:

80 - 81 - 133623?

Facit 1352. 93. xF.

Nun treten wir in die Quarten-Reihe, und setzen denen Quarten das Comma nach und nach zu.

Dem F setzen wir $\frac{1}{12}$. Comm. zu:

972 - 971 - 149833?

Fac. 1469. 78. F.

Dem B setzen wir $\frac{2}{12}$. zu:

972 - 970 - 112246?

Fac. 1120. 15. bH.

Dem Ds setzen wir $\frac{3}{12}$. zu, so bekommen wir ein bE.

972 - 969 168179?

Facit 1676. 59. bE.

Dem Gs setzen wir $\frac{4}{12}$. zu, so bekommen wir ein bA.

972 - 968 - 125992?

Fac. 1254. 73. bA.

Dem Cs setzen wir $\frac{5}{12}$. zu, so bekommen wir ein bD.

972 - 967 - 188764?

Fac. 1877. 92. bD.

Dem Fs setzen wir $\frac{6}{12}$. zu, so bekommen wir ein bG.

972 - 966 - 141421?

Fac. 1405. 48. bG.

Dem H setzen wir $\frac{7}{12}$. zu, so bekommen wir ein bC.

972 - 965 - 105945?

Facit 1051. 82. bC.

Dem E setzen wir $\frac{8}{12}$. zu, so bekommen wir ein bF.

972 - 964 - 158737?

Facit 1574. 30. bF.

Dem A setzen wir $\frac{9}{12}$. zu, so bekommen wir ein bbH.

972 - 963 - 118920?

Fac. 1178. 18. bbH.

Dem D setzen wir $\frac{10}{12}$. zu, so bekommen wir ein bbE.

972 - 962 - 178179?

Facit 1763. 45. bbE.

Dem

Dem G setzen wir $\frac{11}{12}$. zu, so bekommen wir ein bbA.

972 - 961 - 133484?

Facit 1319. 73. bbA.

Dem C setzen wir das gantze Comma zu, so bekommen wir ein bbD.

81 - 80 - 200000?

Facit 1975. 30. bbD.

Dem F setzen wir das gantze Comma zu, so bekommen wir das bbG.

81 - 80 - 149678?

Facit 1478. 30. bbG.

Dem B setzen wir das gantze Comma zu, so bekommen wir das bbC.

81 - 80 - 112015?

Facit 1106. 32. bbC.

Diese berechnete Verhältnisse stehen nun also in Ordnung:

Telemannisches Intervallen-System.

C	2000.	00.	Grund-Ton.
bbD	1975.	30.	kleineste Secund.
xC	1901.	40.	Prime.
bD	1877.	92.	kleine Secund.
D	1785.	50.	grosse Secund.
bbE	1763.	45.	kleineste Tertz.
xD	1697.	55.	grösseste Secund.
bE	1676.	59.	kleine Tertz.
E	1593.	98.	grosse Tertz.
bF	1574.	30	kleineste Quart.
xE	1515.	49.	grösseste Tertz.
F	1496.	78.	kleine oder eigentliche Quart.
bbG	1478.	30.	kleineste Quint.
xF	1423.	04.	grosse Quart oder Triton.
bG	1405.	48	kleine Quint.
xF	1352.	93.	grösseste Quart.
G	1336.	23.	grosse oder eigentliche Quint.
bbA	1319.	73.	kleineste Sext.
xG	1270.	41.	grösseste Quint.
bA	1254.	73.	kleine Sext.
A	1192.	91.	grosse Sext.
bbH	1178.	18.	kleineste Sext.
xA	1134.	15.	grösseste Sext.
bH	1120.	15.	kleine Sext.
bbC	1106.	32.	kleineste Octav.
H	1064.	96.	grosse Sept.
bC	1051.	82.	kleine Octave.
xH	1012.	50.	grösseste Sept.
c	1000.	00.	grosse oder eigentliche Octav.

Wird

Wird die Zahl der Prime halbiret, so erlanget man die grösseste Octav. Die Nonen zu erlangen darff man nur die Zahlen der Secunden halbiren.

Schüler.

Es bleiben aber in diesen Berechnungen überall Brüche übrig, welche alle weggeworffen werden. Verliehret denn das Gehör nichts daran?

Lehrmeister.

Deßwegen ist eben so eine starcke Zahl, nemlich 200000. zum Grund-Tone angenommen worden, damit weder das Gesicht noch das Gehör wegen deren Wegwerffung was verlieren möge. Ein zweytausend Theil nimmt auf einem 2. füßigen Canon nicht mehr Raum ein, als ein kleines Pünctgen, und ein solcher kleiner Raum wird wiederum in 100. Theile getheilet, welche kleine Theilgen die zwey Zahlen hinter dem Puncte anzeigen, denn wenn diese Zahlen 99, oder 100 betragen, so nehmen sie nicht mehr als den Raum eines kleinen Puncts ein.

Dahero verliehret das Gesicht und Gehör nicht allein an den weggeworffenen Brüchen nichts, sondern es haben so gar die Zahlen hinter dem Puncte wenig zu sagen. Man pflegt es mit ihnen also zu halten: Wenn sie 50 bis 99. erreichen, alsdenn vermehret man die Zuhlen vor dem Puncte um 1. wie wir aus Herrn Capellmeister Neidhardts löblichen

lichen Temperatur-Arbeit lernen. Verlieret nur Gesicht und vornemlich das Gehör nichts, so mag gleichwohl der Verstand 40 und mehr Theile, von einer in 100 Theile getheilten Haares-Dicke verliehren; dieses thut der reinen Harmonie keinen Abbruch. Daher darf man eben Herrn Neidhardten keines Versehens beschuldigen, wenn er in solchen Verstande und Meynung seine so genannte gleichschwebende Temperatur p. 52. seiner gänzlich erschöpften Abtheilungen mit Wegwerffung der unnützen Bruch-Zahlen hinter dem Puncte also darstellet:

C	2000.
Ds	1888.
D	1782.
Ds	1682.
E	1587.
F	1498.
Fs	1414.
G	1335.
Gs	1260.
A	1189.
B	1122.
H	1059.
c	1000.

In solchen Zahlen verliehret zwar der Verstand was, aber das Gesicht und Gehör nichts. Wenn die Orgel- und Instrumentmacher ihre Temperatur

tur nur so träfen wie sie in diesem Zahlen liegt, das Gehör würde vollkommen damit zu frieden seyn. Die Zahlen gehen ins Unendliche, aber unser Gehör und Gesicht haben ihre Grentzen. Da muß man bey der Möglichkeit bleiben, und sich ein Haar in 100. Theile zu theilen vergehen lassen. Dazu gehöret eine göttliche Allmacht, die es wohl in viel mehrere Theile theilen kan. Mancher möchte sein critisiren, in Dingen die er nicht gründlich verstehet, nur bleiben lassen. Was hilfft mich die überflüßige Accuratesse in Zahlen, wenn ich sie weder sichtbar noch hörbar machen kan? Dahero laß es seyn, daß unsere Zahlen in dem Telemannischen System den Gipfel der arithmetischen Richtigkeit nicht gar erreichen, genug wenn wir eben so viel damit ausrichten, und das Gehör eben so wohl vergnügen, als wenn sie bis auf den hundertesten Theil einer Haares-Dicke ausgerechnet wären. Ob die Zahlen hinter dem Puncte 10 oder 20 seyn, daran verlieret weder Gesicht noch Gehör etwas.

Schüler.

Wie muß ich nun machen, wenn ich das Telemannische System aufs Monochord tragen wolte?

Lehrmeister.

Da muß man nur die Differentzen vom C bis F mit einen guten Hand-Circkel abnehmen, und aufs Monochord tragen.

Dieselben sind folgende:

C	bbD	25.
	xC	99.
	bD	122.
	D	$214\frac{1}{2}$.
	bbE	$236\frac{1}{2}$.
	xD	$302\frac{1}{2}$.
	bE	$323\frac{1}{2}$.
	E	406.
	bF	426.
	xE	$484\frac{1}{2}$.
	F	503.

Die übrigen werden rückwerts aufgetragen, und sind von Hs an bis ans bbG folgende:

c	xH	$12\frac{1}{4}$.
	bC	52.
	H	65.
	bbC	106.
	bH	120.
	xA	134.
	bbH	178.
	A	193.
	bA	255.
	xG	$270\frac{1}{2}$.
	bbA	320.
	G	336.
	xF	353.
	bG	$405\frac{1}{2}$.
	xF	423.
	bbG	$478\frac{1}{3}$.

Hierzu

Hierzu muß man sich nun einen 100 theiligen Maaß-Stab machen, oder machen lassen, wie ihn Herr Neidhardt bey seinen gänzlich erschöpften Abtheilungen in Kupfer hat stechen lassen. Aber aufs Kupfer-Blätgen verlasse man sich nicht, denn das Pappier verlieret die Richtigkeit. Da gehöret Metall oder ein Stück gut hart und recht dürr Holtz dazu, wenn es zu würcklicher Austragung kömmt. NB. Man kan sie sehr schön von Meßing haben.

Schüler.

Darf ich mir nicht nähere Nachricht von Verfertigung und Gebrauch eines solchen Maaßstabes ausbitten?

Lehrmeister.

Man theilet den Raum den ein geometrischer Schuh einnimmt 1.) in 5. Theile. 2.) Jeden dieser in 2. Theile, sind alsdenn 10. Ein jeder dieser zehen hält 100. 3.) Das letzte 100 wieder in 10. 4.) Ziehet man 11. Linien in solcher Weite von einander als $\frac{10}{1000}$ Theile betragen, alsdenn ziehet man von dem äussersten Ende bis zum ersten 10. eine Queer-Linie; die erste ist der Terminus a quo, die andere zeiget wie viel ein tausend Theil beträgt, die dritte 2, die vierdte 3. u. s. f.

Will ich nun wissen wie weit bbD von C entfernet sey, oder wie viel Raum das erste Comma einnehme, so sehe ich was die Differentz zwischen

200000 und 197530 sey, nemlich 24. 70. Weil nun die zwey letzten Zahlen nemlich 70, 50 übersteigen, so vermehre ich die vorhergehenden um 1. und bekomme also 25. Hierauf nehme ich mit dem Circkel 25 Theile vom Maaßstabe ab, und trage die Distantz auf meinen Canon 2. Fuß oder noch ein mahl so lang als der Maaßstab ist, und so mit allen folgenden bis F.

Hernach fange ich von Hs an, da ist die Differentz gleich zu ersehen. Das 1. Tausend setze ich bey Seite, behalte also nur 12. 50. Ich nehme demnach 12 und ein halbes vom Maaßstabe, und trage sie über auf den Canon, und damit bekomme ich das Plätzgen so vor Hs gehöret.

Zum bC nehme ich 52. ab, weil 82. auch bald ein gantzes ist. Zum H 65. u. s. f.

In 3. Stunden kan man den Maaßstab machen und das gantze System auftragen.

Schüler.

Solte es denn nicht möglich seyn dieses System auch aufs Clavier zubringen?

Lehrmeister.

Meines Orts wolte nicht darzu rathen; Hätte aber ein Künstler Lust eine Probe zu machen, so müste er es wohl folgender massen vornehmen:

1.) Die jetzige Claviatur läge zum Grunde.

2.) Ins C müste eine Taste, wie ein Stecher

mit einem runden Blätgen, vors bbD gesetzet werden.

3.) Ins ✕C wieder einer vor das bD.

4.) Ins D einer vor das bbE.

5.) Ins ✕D einer vor das bE; oder wenn man das alte Dis als bE stimmete, so wäre die neueste Taste das ✕D.

6.) Ins E einer vor das bF.

7.) Zwischen E und F ein neuer enharmonischer Clavis vor das ✕E.

8.) Ins F einer vor das bbG.

9.) Ins ✕F zwey, einer vor das bG, und der andere vor das xF.

10.) Ins G einer vor das bbA.

11.) Ins ✕G einer vor das bA, oder wenn das alte Gs als bA gestimmet würde, so wäre der neue ✕G.

12.) Ins A einer vor das bbH.

13.) Ins B einer vor das ✕A, und noch einer vor das bbC.

14.) Ins H einer vor das bC.

15.) Zwischen H und C einer vor das ✕H.

Solte auch ein xC nöthig seyn, so müste es ins ✕C kommen.

Käme auch ein xG vor, so müste es ins ✕G gemacht werden.

Das wären zusammen 30. Tasten. Weiter wird sich die Praxis nicht leicht versteigen.

Aber mercke: Circuliren läst sich dieses Geschlecht nicht, es wäre denn Sache, daß wir gar 55. Tasten in die Octav machen wolten.

Im ersten Umgange kämen wir mit der 12ten Quinte ins Hs. Im andern wiederum ein Comma tiefer, im dritten abermahl u. s. w. Mit der 12ten Quarte aber kämen wir ein Comma höher als C nemlich ins bbD, im andern Umgange wiederum ein Comma höher, u. s. w. Triebe man das 55. mahl, so käme man endlich wieder ins C, aber eine Octav tiefer oder höher.

Schüler.

Was haben aber die Consonantzen in diesem System vor denen in der rational-gleichen Temperatur voraus?

Lehrmeister.

Die Tertzen und Sexten sind etwas reiner; hergegen sind die Quinten und Quarten etwas mehr schwebend, und also unreiner als in der rational-gleichen Temperatur, denn sie schweben $\frac{1}{6}$ Commatis.

Schüler.

Ich möchte die Differentz von der reinen, rational-gleichen und Telemannischen grossen Tertz wissen?

Lehrmeister.

Hier sind sie:

Reine grosse Tertz:

2000. 00 : 1600. 00. = 5 : 4

Differentz.

Telemannische: 6. 02.

2000. 00 1593. 98

Differentz von der reinen.

Rational-gleiche: 12. 63.

2000. 00 : 1587. 37.

Schüler.

Wie ist die Quinten-Differentz beschaffen?

Lehrmeister.

Also:

Reine Quint: Differentz.

2000. 00 : 1333. 33 $\frac{1}{3}$ 1. 51.

Rational-gleiche

2000. 00 : 1334. 83 $\frac{127}{208}$

Telemannische

2000. 00 : 1336. 23. 2. 90.

Das vornehmste bey diesem System ist, daß man die kleineste Tertz z. E. ds - f von der Secund be - f, die kleineste Tertz. z. E: C - be von der grössesten Secund c - ds, die grosse Tertz, z. E. c - e von der kleinesten Quart c - bf, die grösseste Tertz, z. E: c - eis von der Quart c - f, die

die Quart c - f von der kleinesten Quint c - ^{bb}g, die grössere Quart, z. E. c - fs von der kleinen Quint c - ^{b}g, die grösseste Quart z. E: c - xf von der Quint c - g, die Quint z. E: c - g von der kleinesten Sext c - ^{bb}a, die grössere Quint z. E. c - gs von der kleinen Sext c - ^{b}a, die grösseste Sext z. E: h - gs von der kleinesten Septime h - ^{b}a, die grösseste Septime z. E: c - hs von der Octav c - c̄ ꝛc. unterscheiden kan, welches im Clavier nicht wohl, und bey einigen gar nicht angehet, denn die breiten Claves kriegen dreyerley Benennung, und die schmahlen zweyerley, wie im andern Theil des Vorgemachs Tab. VI. Fig. I. zu ersehen.

Schüler.

Sind aber die neuern Intervallen, als kleineste Secund cs - ^{b}d, grösseste Tertz d - xf, grösseste Quart c - xf; kleineste Quint h - ^{b}f, kleineste Sext cs - ^{b}a, grösseste Septime c - hs, kleineste, kleine, und grösseste Octav c - ^{bb}c, cs - c, c - cs auch in der Melodie und Harmonie zur Ausübung zu bringen?

Lehrmeister.

Herr Telemann hat sie alle in seinen Sachen angebracht, und sein versprochener Practicus wird uns noch mehr Anweisung zu diesen bis hieher ungewöhnlichen Intervallen, die man mit

Recht

Recht enharmonische nennen kan, geben, die zu rechter Zeit und am rechten Orte schon ihre Dienste thun werden.

Schüler.

Wird aber das Clavier dabey nicht in Verachtung kommen?

Lehrmeister.

Ich befürchte es gar nicht. Man kan diese ungewöhnliche Intervalle, die das Clavier gar nicht hat, als kleineste Secund, grösseste Tertz, grösseste Quart, kleineste Quint, kleineste Sext, und grösseste Septime schon an solchen Orten anbringen, wo das Clavier ohne dem pausiren müste. Sie kommen auch selten zum Vorschein, und das Clavier wird dieser Zigeuner-Pursche wegen, wie sie Herr P. Spieß in seinem Tractatu compositorio-practico p. 86. nennet, seinen Vorzug vor allen andern Instrumenten wohl behalten und behaupten.

Schüler.

Es ist oben gedacht worden, daß die Ausrechnung des Telemannischen Systems den höchsten Gipfel der arithmetischen Richtigkeit noch nicht erreichet hätte. Solte denn keine Verbesserung darinnen vorgenommen werden können?

Lehrmeister.

O ja. Zuförderst muß der genaue Verhalt des Telemannischen Commatis, oder der 55. Theil von der Octav gesuchet werden. Hat man diesen, so darff man ihn nur so vielmahl zusammen setzen, als jedes Intervall Commata vonnöthen hat. Ich habe in dieser Sache Tit. salv. Herrn Johann Christoph Breitfeld Fürstl. Sächsischen zum Cahlaischen Raths-Weesen bestalten Camerarium perpetuum, wie auch verordneten Geometram des Fürstenthums Altenburg ꝛc. zu Hülffe genommen. Derselbe meldet mir: Es sey gedachtes Telemannisches Comma um $\frac{1}{5407}$ grösser als das Comma syntonum 80 : 81 und der Verhalt davon sey:

405073 : 400000.

Die Differentz beträgt nicht gar ein Schisma, ist also sehr klein.

Gedachter Herr Breitfeld hat die Octav durch logarithmische Rechnung in 55 rational-gleiche Abschnitte getheilet, und mir folgenden Calculum zugesendet;

Herrn

Herrn Capellmeister Telemanns
Neues Intervallen System.

Der Logarithmus von der halben Länge des Monochordi mag 3. 9030899. 8700. seyn, welchen die Absolut-Zahl vor c nemlich 8000. zugehöret. Der Logarithmus aber von $\frac{1}{2}$. ist 0. 3010299. 9565. folglich ist der 55te Theil daraus 0. 0054732. 7265. welcher beständig zu addiren ist.

	Logarithmi.	absolut-Zahlen	Interv.
c	3. 9030899. 8700 -	8000.	
	0. 0054732. 7265		
×H	3. 9085632. 5965 -	8101. $\frac{46}{100}$	$101\frac{1}{2}$
	3. 9140365. 3230 -	8204.	$102\frac{1}{2}$
	3. 9195098. 0495 -	8308.	104
bC	3. 9249830. 7760 -	8413. 66	$105\frac{2}{3}$
H	3. 9304563. 5025 -	8520. 33	$106\frac{2}{3}$
	3. 9359296. 2290 -	8628. 33	108
	3. 9414028. 9555 -	8738.	$109\frac{2}{3}$
bbC	3. 9468761. 6820 -	8848. 66	$110\frac{2}{3}$
bH	3. 9523494. 4085 -	8961.	$112\frac{1}{3}$
×A	3. 9578227. 1350 -	9074. 5	$113\frac{1}{2}$
	3. 9632959. 8615 -	9189. 5	115
	3. 9687692. 5880 -	9306.	$116\frac{1}{2}$
bbH	3. 9742425. 3145 -	9424.	118
A	3. 9797158. 0410 -	9543. 5	$119\frac{1}{2}$ 121

	Logarithmi.	absolut-Zahlen.	Interv.
	3. 9851890. 7675 -	9664. 5	122⅚
	3. 9906623. 4940 -	9787. 33	124
	3. 9961356. 2205 -	9911. 33	125⅔
bA	4. 0016088. 9470 -	10037.	127⅓
𝄪G	4. 0070821. 6735 -	10164. 5	129
	4. 0125554. 4000 -	10293. 5	130½
	4. 0180287. 1265 -	10424.	132
bbA	4. 0235019. 8530 -	10556.	134
G	4. 0289752. 5795 -	10690.	135½
xF	4. 0344485. 3060 -	10825. 5	137½
	4. 0399218. 0325 -	10963.	139
	4. 0453950. 7590 -	11102.	140½
bG	4. 0508683. 4855 -	11242. 5	142½
𝄪F	4. 0563416. 2120 -	11385	144½
	4. 0618148. 9385 -	11529 ½.	146½
	4. 0672881. 6650 -	11676.	148
bbG	4. 0727614. 3915 -	11824.	150
F	4. 0782347. 1180 -	11974.	151¾
𝄪E	4. 0837079. 8445 -	12125. 75	153¾
	4. 0891812. 5710 -	12279. 5	155¾
	4. 0946545. 2975 -	12435. 25	157¾
bF	4. 1001278. 0240 -	12593.	159¾
E	4. 1056010. 7505 -	12752. 75	

E

	Logarithmi	absolut-Zahl.	Interv.
	4. 1110743. 4770 -	12914. 5	$161\frac{3}{4}$
	4. 1165476. 2035 -	13078. 25	$163\frac{3}{4}$
	4. 1220208. 9300 -	13244.	$165\frac{3}{4}$
bE	4. 1274941. 6565 -	13412.	168
xD	4. 1329674. 3830 -	13582. 12	$170\frac{1}{8}$
	4. 1384407. 1095 -	13754. 37	$172\frac{1}{4}$
	4. 1439139. 8360 -	13928. 75	$174\frac{3}{8}$
bbE	4. 1493872. 5625 -	14105. 38	$176\frac{5}{8}$
D	4. 1548605. 2890 -	14284. 37	179
	4. 1603338. 0155 -	14465. 5	$181\frac{1}{8}$
	4. 1658070. 7420 -	14649.	$183\frac{1}{2}$
	4. 1712803. 4685 -	14834. 75	$185\frac{3}{4}$
bD	4. 1767536. 1950 -	15023	$188\frac{1}{4}$
xC	4. 1822268. 9215 -	15213. 5	$190\frac{1}{2}$
	4. 1877001. 6480 -	15406. 37	$192\frac{7}{8}$
	4. 1931734. 3745 -	15901. 75	$195\frac{3}{8}$
bbD	4. 1956467. 1010 -	15799. 63	$197\frac{7}{8}$
C	4. 2041199. 8275 -	16000.	$200\frac{3}{8}$
			8000.

Die Brüche kan man entweder weg lassen, oder, wenn sie 50 übersteigen, an deren Stelle eine Unität setzen, weiln das Ohr solcherhalb keine Veränderung empfinden wird.

Dieses ist nun die Berechnung des Telemannischen Intervallen Systems, über welcher sich mancher den Kopf vergeblich zerbrochen hat.

Schüler.

Ist denn diese Berechnung von der obigen sehr unterschieden?

Lehrmeister.

Sehr wenig. Wollen wir die Differentz finden, so dürffen wir nur seine absolut-Zahlen mit 8. dividiren, so wird sie sich gleich zeigen. Z. E: Herrn Breitfeldts Hs hat 8101. diese Zahl mit 8 dividirt, kommt 1012 $\frac{5}{8}$; wir aber haben 1012 $\frac{1}{2}$. Dieser kleine Unterschied will nun wenig oder nichts verschlagen. Wir wollen beyde Berechnungen neben einander setzen, so werden wir die kleine Differentz deutlicher kennen:

	Br.	S.	
c	1000.	1000.	
Hs	1012. 68.	1012. 50.	
bC	1051. 70.	1051. 82.	
H	1065. 04.	1064. 96.	
bbC	1106. 08:	1106. 32.	
bH	1120. 12.	1120. 15.	Diese sind in mechanischer Praxi, wenn es zum würcklichen Auftragen kommt, mit den Breitfeldischen einerley.
Ais	1134. 31.	1134. 15.	
bbH	1178. 90.	1178. 18.	
A	1192, 93.	1192. 91.	
bA	1254. 62.	1254. 73.	
Gs	1270. 56.	1270. 41.	* Will man allhier bey Gs in der ersten Berechnung die Zahlen vor dem Puncte um 1 erhöhen so thue man es in der andern auch.
bbA	1319. 50.	1319. 73.	
G	1336. 25.	1336. 23.	
xF	1353. 18.	1352. 93.	
bG	1405. 31.	1405. 48.	
Fs	1423. 12.	1423. 04.	beym Auftragen einerley.
bbG	1478. 00.	1478. 30.	
F	1496. 75.	1496. 78.	
Eis	1515. 71.	1515. 49.	* Hier bey Eis werden die Zahlen vor dem Punct um 1. erhöhet.
bF	1574. 12.	1574. 30.	
E	1594. 09.	1593. 98.	
bE	1676. 50.	1676. 59.	beym Auftragen einerley.
Ds	1697. 76.	1697. 55.	
bbE	1763. 17.	1763. 45.	
D	1785. 54.	1785. 50.	
bD	1877. 87.	1877. 92.	beym Auftragen einerley.
Cs	1901. 68.	1901. 40.	* Hier bey Cs werden die Zahlen vor dem Punct um 1. erhöhet.
bbD	1974. 95.	1975, 30.	
C	2000.	2000.	

Der kleine Unterschied unter diesen, mit ungleicher Mühe, berechneten Terminen, gehet also mehr den Verstand, als das Gesicht oder vornehmlich das Gehör an, und ich habe mich, wie Herr Breitfeld bekennet, meiner Berechnung keinesweges zu schämen.

Die Verbesserung dieses Systems siehet demnach in denen vom Maaßstabe abzunehmenden, und aufs Monochord zutragenden Differentzen also aus:

C	bbD	25.	Die übrigen rückwerts, als:	c	Hs	13.	G	336.
	Cs	98.			bC	52.	xF	353.
	bD	122.			H	65.	bG	405.
	D	214.			bbC	106.	Fs	423.
	bbE	237.			bH	120.	bbG	478.
	Ds	302.			Ais	134.		
	bE	323.			bbH	178.		
	E	406.			A	193.		
	bF	426.			bA	255.		
	Eis	484.			Gs	271.		
	F	503.			bbA	320.		

Wer

Wer sie gegen die obigen p. 214. stellen will, wird einen gar geringen Unterschied finden, und das Gehör wird denselben gar nicht mercken. Hätte sich Meckenheuser nicht an einigen Orten in den Decimal-Brüchen in etwas verstossen, so würde meine Berechnung noch weniger von der Breitfeldischen abgehen.

Schüler.

Es werden aber bey dergleichen Berechnungen viele Brüche weggeworffen; Ist denn nichts daran gelegen?

Lehrmeister.

So lange deren Verhalt noch nicht sichtbar und also auch nicht hörbar ist, verliehret das Gehör nichts an ihnen. Es dienet dir demnach zu wissen, daß es der Rechenkunst ein vor allemahl unmöglich ist auch nur einen einzigen Verhalt innerhalb der einfachen Octav 2 : 1 in zwey, geschweige denn mehrere rational-gleiche Theile so zu theilen, daß kein Bruch übrig bleibe, und der Verstand bey dessen unvermeidlicher Wegwerffung nichts zu erinnern haben, und die mathematische Richtigkeit, was anlanget die Rational-Rechnnng, nichts verliehren solte. Da wird man fragen: Wo bleibet aber die mathematische Richtigkeit?

Dergleichen Theilung gehet nur in denen Verhältnissen der doppelten, drey- und mehr fachen Octav an; z. E: Wie 16. zu 8, so 8. zu 4, 4. zu

2, und 2. zu 1. Oder: wie 48. zu 24, so 24. zu 12, 12. zu 6, 6. zu 3. Sind aber eitel Octaven-Verhältnisse. Aber die Octav in 12. oder gar 55. rational-gleiche Theile zu theilen, und keinen Bruch wegzuwerffen, ist und bleibt in Ewigkeit ein unmöglich Werck; jedoch nur, was den Verstand in Zahlen, nicht aber was das Gesicht und Gehör betrifft.

Wolte dieses jemand fremde düncken, der probire es nur mit dem Verhalt der Octav 2 : 1, und theile denselben in 2 rational-gleiche Theile,

C { bG / F✗ } c,

so daß ✗F auch ein bG abgibt, und der Triton C-✗F sich verhält wie der Triton bG-c; so wird er bald innen werden, daß es in Zahlen, ohne Wegwerffung eines kleinen, obwohl unsichtbar- und unhörbaren Verhalts, und solte es auch der tausende Theil eines Schismatis seyn, nicht geschehen kan. Man setze einmahl die genaue Theilung des seel. Neckenheusers auf die Probe, und sehe ob er bey

16000.0000 :	11313. 7084 :	8000.0000
G	✗F	c

keinen Bruch weggeworffen hat? Ingleichen die in der XI. Lection befindliche Theilung des Herrn Breitfelds. Einige meynen: Es sey nicht willkührlich 200000 oder mehr zum Grund-Tone zu erwehlen, wenn sich keine Brüche ereignen solten.

Aber,

Aber, man gebe doch einmahl eine Zahl an, da dieses nicht geschicht! Erwehle welche du wilst, du wirst keine finden, da sich keine Brüche ereignen, die du hernach wegwerffen must. Ob ich nun den zwantzigsten Theil einer Haares-Dicke oder die gantze Dicke verliehre (doch muß es kein Pferde-Haar seyn) da ist nichts daran gelegen, weil weder Gesicht noch Gehör den Verlust mercken können. (*)

Das Diaschisma 2048 : 2025 ist die Differentz zwischen dem Triton C ✕F und der kleinen Quint ✕F c. Da solte man dencken, wenn man das Diaschisma in 2 gleiche Theile theilte, und dem Triton die Helffte zu setzte, so müßte der rational-gleiche Mittelpunct zwischen C { ✕F / bG } c gefunden seyn. Ist wahr. Allein theile einmahl erwehnte Differentz in 2 rational-gleiche Theile, daß kein Bruch weggeworffen werde was gilts die Unmöglichkeit wird sich zeigen, man stelle es an wie man wolle?

Hier aber muß man nicht gleich den unzeitigen Schluß machen: daß die Dienste der Rechen-Kunst bey der Musik zu Herstellung einer Temperatur, tüchtiger Klang-Stuffen und Intervallen unzulänglich wären. Sie sind allerdings zulänglich; denn die Dienste der Rechen-Kunst sollen

(*) Was ein Verhalt durch Wegwerffung eines Bruchs verlieret, das bekömmt sein Nachbar. Er wirds aber eben so wenig gewahr, daß er eine solche Kleinigkeit mehr hat, als der erste der sie entbehren muß.

nur so weit gehen, daß das Gesicht auf den Monochord, und das Gehör bey würcklicher Ausübung vergnügt werde. Was man aber weder sehen noch hören kan, mag immer Urlaub haben. Ratio ist und bleibt die klügste Räthin des Gehörs, ob gleich ihre Zahlen nicht vermögend sind, die einfache Octav, oder ein ander Intervall in zwey gantz gleiche Verhältnisse zu theilen, daß kein Bruch überbleiben solte.

Das Gehör ist zu frieden, wenn sie ihr nur das Pünctgen stellen kan, wo dieses oder jenes Intervall seinen Sitz habe. Es verlangt nicht von ihr, daß sie ein kleines Pünctgen, so daß Auge kaum fassen kan, erst in 100 oder 1000 Theile theile, und so dann unter so vielen erst das mittelste zeige, denn es fordert nichts unmögliches. Was aber in der Welt nicht möglich ist, soll kein Mensch möglich machen wollen, will er anders nicht in die grösseste Verwegenheit fallen. Die Wercke GOttes sind, wie überhaupt, also auch in der Musik unzehlbar und unermeßlich.

Laßt uns doch zur Lust obige Meckenheuserische Theilung der Octav in zwey Rationes, die das Gesicht und Gehör vor gleich annimmt, gegen einander vergleichen, und sehen wie groß der unsichtbare und unhörbare Unterschied in Zahlen sey:

Wenn C 4000. 0000 hat, und dem Fs 2828. 4271 giebt, was wird c kriegen? Antwort:

$$19999996 \tfrac{36001441}{40000000}$$

Und gleichwohl muß es 20000000 voll haben,

soll

soll anders die Octav rein bleiben. Um wie viel ist nun ein Verhalt grösser als der andere? Antwort: nicht gar um vier Theile von viertzigtausend mahl tausend Theilgen, eines 2. oder 4. Fuß langen Canons.

Ferngläser her! daß dieser Unterschied sichtbar werde. Ihr armen Ohren! sehet, so werdet ihr von eurer Frau Ober-Hofmeisterin hintergangen. Sie will euch wohl gern das Fleckgen zeigen wo Fs hingehöret, und kan es doch in Zahlen ohne Beyseitsetzung eines kleinen Bruchs nicht thun.

Aber ihr seyd doch zu frieden mit ihrer Rechnung, weil sie doch bis auf den kleinesten Punct gerechnet und gemessen hat? Antwort Ja. Wohl und gut. So sind Gehör und Verstand eins, und ist kein Mißverständniß der harmonikalischen Gründe mit dem Gehör vorhanden, wie sie Herr Mattheson beschuldiget.

Dieser hat sich in seinem Forschenden Orchestre ungemeine Mühe gegeben, das Ansehen der Ration zu verringern, und dem Gehör die unumschrenckte Ober-Herrschafft auf solche Art einzuräumen, daß die Ration fast nichts mehr gelten solle; macht sich dahero treflich zu Nutze was Werckmeister von der Unmöglichkeit auch nur zwey halbe Tone von gleichem Verhalt in Zahlen darzustellen, in seiner Harmonologia in den Druckfehlern „schreibet: „Wenn man alles mathematice, „oder in den Zahlen i. e. accurat und eben haben „wolte, wäre solches wohl unmüglich, denn alle

„Secunden, Tertzen ꝛc. können nicht also eingetheilt werden, daß sie in gleicher Proportion in der „Temperatur stehen können. z. E: c - cis „1123 : 1060, cis - d 1060 : 1000. Ob schon „das Temperament erleidlich (daß das Gehör zu „frieden) so sind sie doch nicht einerley Proportion.

Denn wenn cis - d wie c - cis wäre, so verhielte sich cis - d wie 1060 : 1000 $\frac{600}{1123}$.

Ist ein ziemlicher Bruch, und dennoch ist das Gehör zu frieden, wenn er gleich weggeworffen wird.

Da jubiliret Herr Mattheson zur Unzeit, wenn „er Orch. III. p. 381 also schreibet: „Da siehet „man die Ohnmacht der rationum harmonicarum. Zwo armselige hemitonia können nicht „dadurch ins feine gebracht werden. Warum „denn nicht? Ey, die Ohren wollen es nicht leiden.

Ey, ey! sie könten es wohl leiden, da sie aber an solcher Kleinigkeit nichts verlieren, sind sie zu frieden, wenn gleich ein halber Ton um den zehenden oder gar hundertesten Theil einer Haares-Dicke grösser oder kleiner als das andere ist.

Solte einer einmahl bloß nach dem Gehör, zumahl wenn solches nicht durch die Ration geschärffet worden, die Intervalle der rational-gleichen Temperatur auf einem Monochord abstechen, so

würde

würde man sehen, wie schön gleich (scil.) die halben Tone, oder andere Intervalle werden würden, da würde der Unterschied gewiß nicht bey einer Haares-Dicke bleiben, sondern weit grösser seyn, wenn er auch gleich ein Dodecachord vor sich hätte, da er alle Intervalle gegen einander probiren könte.

Man höret offt seinen Greuel, wenn pure Ausüber (Practici) der Musik bey einem Concert ihre Saiten stimmen, wie schlecht sie manches mahl zusammen treffen, so daß offt unter 10. Geigen nicht zwey sind, deren Saiten im reinen Einklange mit einander überein kämen. Verstünden sie aber wie genau es die Ration in Zahlen und Linien nimmt, so würden sie nicht so leichtsinnig dabey verfahren, und ihre Musik würde bessere Würckung thun. So aber sind viele zu frieden, wenn sie nur ihre Sinfonien, Concerten ꝛc. so so getroffen haben; die reine Harmonie mag bleiben wo sie will.

Ach! man darff denen Practicis die Dienste der Rechen- und Meß-Kunst eben nicht geringe oder gar verdächtig machen, es giebt deren ohnehin nur gar zu wenig, die was von einer reinen Harmonie, oder von einem behörig temperirten Intervall verstehen, und die der Musik zum Theil mehr Schande als Ehre bringen.

Die Rechenkunst ist im Stande der Musik nicht nur bey Bestimmung der Intervallen und

bey der Temperatur, sondern auch in der Composition selbst die vortreflichsten Dienste zu leisten. Man hat ihr nur noch nicht recht unter die Augen gesehen, und kennet ihre Kräffte noch nicht.

Ich stimme dem wohlverdienten Herrn Capellmeister Neidhardten von gantzem Hertzen bey, wenn er seine Einleitung in seine Mathematische Abtheilungen des temperirten Canonis Monochordi also anfängt: „Die unvergleichliche „Acustic (Gehörkunde) hätte längst ihren gehörigen Platz unter den mathematischen Wissenschafften wieder eingenommen, wenn ihre Partisans mehr der Arithmetic und Geometri, als „dem blossen NB. ungewissen, und betrieglichen Ohrenmasse nachgegangen wären. Und „weiter hin: Es ist nur zu wünschen, daß sich „unserer mehr in das halb versunckene Land der „Acustic wagen, und die daselbst noch unergründete Schätze auf dergleichen Art (wie bey der „Temperatur geschehen) aufsuchen mögen. Alsdenn, und nicht eher, wird es Zeit seyn, diese, „unsere irrdische Göttin dem Unverstande und „Muthwillen der Musicorum auritorum völlig „zu entreissen, sie wieder auf ihren mathematischen „Erb-Thron zu heben, und sie, Trotz ihrer Schwester, der Optic, regieren und paradiren zu „lassen.

Siehe nun zu geliebter Schüler! daß du meine Lehren auch in die Ausübung bringest, und wenn du in der harmonikalischen Rechen- und Meßkunst

wohl

wohl fort kommen kanst, so bemühe dich auch andern dasjenige wiederum beyzubringen, was du verstehest, damit das Lob GOttes auch durch reine Harmonie je mehr und mehr ausgebreitet werde.

Schüler.

Ich werde mich bemühen dieser Vermahnung nachzukommen. Weil ich aber sehe, daß mir die logarithmische Rechenkunst zu verstehen von nöthen ist, so bitte inständigst mir auch in solcher Anweisung zu geben.

Lehrmeister.

Diese findest du in Herrn M. Benjamin Hederichs, S. H. R. Mathematischen Neben-Ubungen. Weil aber dieses Buch wegen seiner vielen Kupfer-Tabellen etwas kostbar ist, so will solche in folgender Lection beyfügen.

Laß dich aber nicht verdriessen in solcher etwas Fleiß anzuwenden; und wenn du nicht alles so gleich verstehest, so ließ es zwey- drey- und mehrmahl. Es heißt: Die Götter verkaufen vor Mühe und Arbeit alles. Item: Lust und Lieb zu einem Ding, macht alle Müh und Arbeit g'ring. Man muß das Blat nicht eher umwenden, bis man es recht verstehet.

Die zehende Lection.

Von der Arithmetica Logarithmica.

Vorbericht.

Die Arithmetica Logarithmica, 1) ist eine Art der Rechen-Kunst, da vermittelst gewisser Tabellen man an statt des Multiplicirens nur addiret, an statt des Dividirens nur subtrahiret, und was dergleichen Vortheile mehr seyn sollen; 2) ihr Fundament kömmt insonderheit auf die Arithmetische und Geometrische Progeßion an, und bedienen sich ihrer die Mathematici itziger Zeit gar sehr an statt der andern Rechnungen; 3) Doch darf niemand so einfältig seyn und gedencken, daß sie zu Solvirung aller und jeden auch kleinen Exempel in der gemeinen Regul de Tri oder bey der Multiplication und Division ohne Unterscheid destiniret, oder daß deswegen, weilen sie ohne Beschwerlichkeit und mehrere Weitläuftigkeit, als wohl die gemeine Rechnuns-Art, erfordert, darinnen nicht gebraucht werden könne, sie auch von schlechtem Werth oder geringschätzig sey; sondern es behält 4) solche Arithmetica in den schwerersten Fällen der höhern Mathematic ihren vortrefflichen Nutzen.

TABU-

TABULÆ
LOGARITHMORUM
NUMERORUM VULGARIUM.

Von 1. bis 1000.

LOGARITHMI NUMERORUM VULGARIUM.

1	0.00000	26	1.41497	51	1.70757
2	0.30103	27	1.43136	52	1.71600
3	0.47712	28	1.44715	53	1.72427
4	0.60206	29	1.46239	54	1.73239
5	0.69897	30	1.47712	55	1.74036
6	0.77815	31	1.49136	56	1.74818
7	0.84509	32	1.50515	57	1.75587
8	0.90309	33	1.51851	58	1.76342
9	0.95424	34	1.53147	59	1.77085
10	1.00000	35	1.54406	60	1.77815
11	1.04139	36	1.55630	61	1.78532
12	1.07918	37	1.56820	62	1.79239
13	1.11394	38	1.57978	63	1.79934
14	1.14612	39	1.59106	64	1.80618
15	1.17609	40	1.60206	65	1.81291
16	1.20412	41	1.61278	66	1.81954
17	1.23044	42	1.62324	67	1.82607
18	1.25527	43	1.63346	68	1.83250
19	1.27875	44	1.64345	69	1.83884
20	1.30103	45	1.65321	70	1.84509
21	1.32221	46	1.66275	71	1.85125
22	1.34242	47	1.67209	72	1.85733
23	1.36172	48	1.68124	73	1.86332
24	1.38021	49	1.69019	74	1.86923
25	1.39794	50	1.69897	75	1.87506

76	1.88081	111	2.04532	146	2.16435
77	1.88649	112	2.04921	147	2.16731
78	1.89209	113	2.05307	148	2.17026
79	1.89762	114	2.05690	149	2.17318
80	1.90309	115	2.06069	150	2.17609
81	1.90848	116	2.06445	151	2.17897
82	1.91381	117	2.06818	152	2.18184
83	1.91907	118	2.07188	153	2.18469
84	1.92427	119	2.07554	154	2.18752
85	1.92941	120	2.07918	155	2.19033
86	1.93449	121	2.08278	156	2.19312
87	1.93951	122	2.08635	157	2.19589
88	1.94448	123	2.08990	158	2.19865
89	1.94939	124	2.09342	159	2.20139
90	1.95424	125	2.09691	160	2.20412
91	1.95904	126	2.10037	161	2.20682
92	1.96378	127	2.10380	162	2.20951
93	1.96848	128	2.10721	163	2.21218
94	1.97312	129	2.11058	164	2.21484
95	1.97772	130	2.11394	165	2.21748
96	1.98227	131	2.11727	166	2.22010
97	1.98677	132	2.12057	167	2.22271
98	1.99122	133	2.12385	168	2.22530
99	1.99563	134	2.12710	169	2.22788
100	2.00000	135	2.13033	170	2.23044
101	2.00432	136	2.13353	171	2.23299
102	2.00860	137	2.13672	172	2.23552
103	2.01283	138	2.13987	173	2.23804
104	2.01703	139	2.14301	174	2.24054
105	2.02118	140	2.14612	175	2.24303
106	2.02530	141	2.14921	176	2.24551
107	2.02938	142	2.15228	177	2.24797
108	2.03342	143	2.15533	178	2.25042
109	2.03742	144	2.15836	179	2.25285
110	2.04139	145	2.16136	180	2.25527

181	2.25767	216	2.33445	251	2.39967
182	2.26007	217	2.33645	252	2.40140
183	2.26245	218	2.33845	253	2.40312
184	2.26481	219	2.34044	254	2.40483
185	2.26717	220	2.34242	255	2.40654
186	2.26951	221	2.34439	256	2.40824
187	2.27184	222	2.34635	257	2.40993
188	2.27415	223	2.34830	258	2.41161
189	2.27646	224	2.35024	259	2.41329
190	2.27875	225	2.35218	260	2.41497
191	2.28103	226	2.35410	261	2.41664
192	2.28330	227	2.35602	262	2.41830
193	2.28555	228	2.35793	263	2.41995
194	2.28780	229	2.35983	264	2.42160
195	2.29003	230	2.36172	265	2.42324
196	2.29225	231	2.36361	266	2.42488
197	2.29446	232	2.36548	297	2.42651
198	2.29666	233	2.36735	268	2.42813
199	2.29885	234	2.36921	269	2.42975
200	2.30103	335	2.37106	270	2.43136
201	2.30319	236	2.37291	271	2.43296
202	2.30535	237	2.37474	272	2.43456
203	2.30749	238	2.37657	273	2.43616
204	2.30963	239	2.37839	274	2.43775
205	2.31175	240	2.38021	175	2.43933
206	2.31386	241	2.38201	276	2.44090
207	2.31597	242	2.38381	277	2.44247
208	2.31806	243	2.38560	278	2.44404
209	2.32014	244	2.38738	279	2.44560
210	2.32221	245	2.38916	280	2.44715
211	2.32428	246	2.39093	281	2.44870
212	2. 3233	247	2.39269	282	2.45024
213	2.32837	248	2.39445	283	2.45178
214	2.33041	249	2.39619	284	2.45331
215	2.33243	250	2.39794	285	2.45484

286	2.45636	321	2.50650	356	2.55145
287	2.45788	322	2.50785	357	2.55266
288	2.45939	323	2.50920	358	2.55388
289	2.46089	324	2.51054	359	2.55509
290	2.46239	325	2.51188	360	2.55630
291	2.46389	326	2.51321	361	2.55750
292	2.46538	327	2.51454	362	2.55870
293	2.46686	328	2.51587	363	2.55990
294	2.46834	329	2.51719	364	2.56110
295	2.46982	330	2.51851	365	2.56229
296	2.47129	331	2.51982	366	2.56348
297	2.47275	332	2.52113	367	2.56466
298	2.47421	333	2.52244	368	2.56584
299	2.47567	334	2.52374	369	2.56702
300	2.47712	335	2.52504	370	2.56820
301	2.47856	336	2.52633	371	2.56937
302	2.48000	337	2.52762	372	2.57054
303	2.48144	338	2.52891	373	2.57170
304	2.48287	339	2.53019	374	2.57287
305	2.48429	440	2.53147	375	2.57403
306	2.48572	441	2.53275	376	2.57518
307	2.48713	442	2.53402	377	2.57634
308	2.48855	443	2.53529	378	2.57749
309	2.48995	444	2.53655	379	2.57863
310	2.49136	445	2.53781	380	2.57978
311	2.49276	446	2.53907	381	2.58092
312	2.49415	447	2.54032	382	2.58206
313	2.49554	448	2.54157	383	2.58319
314	2.49692	449	2.54282	384	2.58433
315	2.49831	450	2.54406	385	2.58546
316	2.49968	551	2.54530	386	2.58658
317	2.40105	552	2.54654	387	2.58771
318	2.40242	553	2.54777	388	2.58883
319	2.40379	554	2.54900	389	2.58994
320	2.40515	555	2.55022	390	2.59106

391	2.59217	426	2.62940	461	2.66370
392	2.59328	427	2.63042	462	2.66464
393	2.59439	428	2.63144	463	2.66558
394	2.59549	429	2.63245	464	2.66651
395	2.59659	430	2.63346	465	2.66745
396	2.59769	431	2.63447	466	2.66838
397	2.59879	432	2.63548	467	2.66931
398	2.59988	433	2.63648	468	2.67024
399	2.60097	434	2.63748	469	2.67117
400	2.60206	435	2.63848	470	2.67209
401	2.60314	436	2.63948	471	2.67302
402	2.60422	437	2.64048	472	2.67394
403	2.60530	438	2.64147	473	2.67486
404	2.60638	439	2.64246	474	2.67577
405	2.60745	440	2.64345	475	2.67669
406	2.60852	441	2.64443	476	2.67760
407	2.60959	442	2.64542	477	2.67851
408	2.61066	443	2.64640	478	2.67942
409	2.61172	444	2.64738	479	2.68033
410	2.61278	445	2.64836	480	2.68124
411	2.61384	446	2.64933	481	2.68214
412	2.61489	447	2.65030	482	2.68304
413	2.61595	448	2.65127	483	2.68394
414	2.61700	449	2.65224	484	2.68484
415	2.61804	450	2.65321	485	2.68574
416	2.61909	451	2.65417	486	2.68663
417	2.62013	452	2.65513	487	2.68752
418	2.62117	453	2.65609	488	2.68841
419	2.62221	454	2.65705	489	2.68930
420	2.62324	455	2.65801	490	2.69019
421	2.62428	456	2.65896	491	2.69108
422	2.62531	457	2.65991	492	2.69196
423	2.62634	458	2.66085	493	2.69284
424	2.62736	459	2.66181	494	2.69372
425	2.62838	460	2.66275	495	2.69460

496	2.69548	531	2.72509	566	2.75281
497	2.69635	532	2.72591	567	2.75358
498	2.69722	533	2.72672	568	2.75434
499	2.69810	534	2.72754	569	2.75511
500	2.69897	535	2.72835	570	2.75587
501	2.69983	536	2.72916	571	2.75663
502	2.70070	537	2.72997	572	2.75739
503	2.70156	538	2.73078	573	2.75815
504	2.70243	539	2.73158	574	2.75891
505	2.70329	540	2.73239	575	2.75966
506	2.70415	541	2.73319	576	2.76042
507	2.70500	542	2.73399	577	2.76117
508	2.70586	543	2.73479	578	2.76192
509	2.70671	544	2.73559	579	2.76267
510	2.70757	545	2.73639	580	2.76342
511	2.70842	546	2.73719	581	2.76417
512	2.70927	547	2.73798	582	2.76492
513	2.71011	548	2.73878	583	2.76566
514	2.71096	549	2.73957	584	2.76641
515	2.71180	550	2.74036	585	2.76715
516	2.71264	551	2.74115	586	2.76789
517	2.71349	552	2.74193	587	2.76863
518	2.71432	553	2.74272	588	2.76937
519	2.71516	554	2.74350	589	2.77011
520	2 71600	555	2.74429	590	2.77085
521	2.71683	556	2.74507	591	2.77158
522	2.71767	557	2.74585	592	2.77232
523	2.71850	558	2.74663	593	2.77305
524	2.71933	559	2.74741	594	2.77378
525	2.72015	560	2.74818	595	2.77451
526	2.72098	561	2.74896	596	2.77524
527	2.72181	562	2.74973	597	2.77597
528	2.72263	563	2.75050	598	2.77670
529	2.72345	564	2.75127	599	2.77742
530	2.72427	565	2.75204	600	2.77815

601	2.77887	636	2.80345	671	2.82672
602	2.77959	637	2.80413	672	2.82736
603	2.78031	638	2.80482	673	2.82801
604	2.78103	639	2.80550	674	2.82865
605	2.78175	640	2.80618	675	2.82930
606	2.78247	641	2.80685	676	2.82994
607	2.78318	642	2.80753	677	2.83058
608	2.78390	643	2.80821	678	2.83122
609	2.78461	644	2.80888	679	2.83186
610	2.78532	645	2.80955	680	2.83250
611	2.78604	646	2.81023	681	2.83314
612	2.78665	647	2.81090	682	2.83378
613	2.78746	648	2.81157	683	2.83442
614	2.78816	649	2.81224	684	2.83505
615	2.78887	650	2.81291	685	2.83569
616	2.78958	651	2.81358	686	2.83632
617	2.79028	652	2.81424	687	2.83695
618	2.79098	653	2.81491	688	2.83758
619	2.79169	654	2.81557	689	2.83821
620	2.79239	655	2.81624	690	2.83884
621	2.79309	656	2.81690	691	2.83947
622	2.79379	657	2.81756	692	2.84010
623	2.79448	658	2.81822	693	2.84073
624	2.79518	659	2.81888	694	2.84135
625	2.79588	660	2.81954	695	2.84198
626	2.79657	661	2.82020	696	2.84260
627	2.79726	662	2.82085	697	2.84323
628	2.79795	663	2.82151	698	2.84385
629	2.79865	664	2.82216	699	2.84447
630	2.79934	665	2.82282	700	2.84509
631	2.80002	666	2.82347	701	2.84571
632	2.80071	667	2.82412	702	2.84633
633	2.80140	668	2.82477	703	2.84695
634	2.80208	669	2.82542	704	2.84757
635	2.80277	670	2.82607	705	2.84818

706	2.84880	741	2.86981	776	2.88986
707	2.84941	742	2.87040	777	2.89042
708	2.85003	743	2.87098	778	2.89097
709	2.85064	744	2.87157	779	2.89153
710	2.85125	745	2.87215	780	2.89209
711	2.85186	746	2.87273	781	2.89265
712	2.85248	747	2.87332	782	2.89320
713	2.85308	748	2.87390	783	2.89376
714	2.85369	749	2.87448	784	2.89431
715	2.85430	750	2.87506	785	2.89486
716	2.85491	751	2.87563	786	2.89542
717	2.85551	752	2.87621	787	2.89597
718	2.85612	753	2.87679	788	2.89652
719	2.85672	754	2.87737	789	2.89707
720	2.85733	755	2.87794	790	2.89762
721	2.85793	756	2.87852	791	2.89817
722	2.85853	757	2.87909	792	2.89872
723	2.85913	758	2.87966	793	2.89927
724	2.85973	759	2.88024	794	2.89982
725	2.86033	760	2.88081	795	2.90036
726	2.86093	761	2.88138	796	2.90091
727	2.86153	762	2.88195	797	2.90145
728	2.86213	763	2.88252	798	2.90200
729	2.86272	764	2.88309	799	2.90254
730	2.86332	765	2.88366	800	2.90309
731	2.86391	766	2.88422	801	2.90363
732	2.86451	767	2.88479	802	2.90417
733	2.86510	768	2.88536	803	2.90471
734	2.86569	769	2.88592	804	2.90525
735	2.86628	770	2.88649	805	2.90579
736	2.86687	771	2.88705	806	2.90633
737	2.86746	772	2.88761	807	2.90687
738	2.86805	773	2.88874	808	2.90741
739	2.86864	774	2.88930	809	2.90794
740	2.86923	775	2.88974	810	2.90848

811	2.90902	846	2.92737	881	2.94497
812	2.90955	847	2.92788	882	2.94546
813	2.91009	848	2.92839	883	2.94596
814	2.91062	849	2.92890	884	2.94645
815	2.91115	850	2.92941	885	2.94694
816	2.91169	851	2.92992	886	2.94743
817	2.91222	852	2.93043	887	2.94792
818	2.91275	853	2.93094	888	2.94841
819	2.91328	854	2.93145	889	2.94890
820	2.91381	855	2.93196	890	2.94939
821	2.91434	856	2.93247	891	2.94987
822	2.91487	857	2.93298	892	2.95036
823	2.91539	858	2.93348	893	2.95085
824	2.91592	859	2.93399	894	2.95133
825	2.91645	860	2.93449	895	2.95182
826	2.91698	861	2.93500	896	2.95230
827	2.91750	862	2.93550	897	2.95279
828	2.91803	863	2.93601	898	2.95327
829	2.91855	864	2.93651	899	2.95375
830	2.91907	865	2.93701	900	2.95424
831	2.91960	866	2.93751	901	2.95472
832	2.92012	867	2.93801	902	2.95520
833	2.92064	868	2.93851	903	2.95568
834	2.92116	869	2.93901	904	2.95616
835	2.92168	870	2.93951	905	2.95664
836	2.92220	871	2.94001	906	2.95712
837	2.92272	872	2.94051	907	2.95760
838	2.92324	873	2.94101	908	2.95808
839	2.92376	874	2.94151	909	2.95856
840	2.92427	875	2.94200	910	2.95904
841	2.92479	876	2.94250	911	2.95951
842	2.92531	877	2.94299	912	2.95999
843	2.92582	878	2.94349	913	2.96047
844	2.92634	879	2.94398	914	2.96094
845	2.92685	880	2.94448	915	2.96142

916	2.96189	946	2.97589	976	2.94250
917	2.96236	947	2.97635	977	2.94299
918	2.96284	948	2.97680	978	2.94349
919	2.96331	949	2.97726	979	2.94398
920	2.96378	950	2.97772	980	2.94448
921	2.96425	951	2.97818	981	2.94497
922	2.96473	952	2.97863	982	2.94546
923	2.96520	953	2.97909	983	2.94596
924	2.96567	954	2.97954	984	2.94645
925	2.96614	955	2.98000	985	2.94694
926	2.96661	956	2.98045	986	2.94743
927	2.96707	957	2.98091	987	2.94792
928	2.96754	958	2.98136	988	2.94841
929	2.96801	959	2.98181	989	2.94890
930	2.96848	960	2.98227	990	2.94939
931	2.96894	961	2.98272	991	2.94978
932	2.96941	962	2.98317	992	2.95036
933	2.96988	963	2.98362	993	2.95085
934	2.97034	964	2.98407	994	2.95133
935	2.97081	965	2.98452	995	2.95182
936	2.97127	966	2.98497	996	2.95230
937	2.97173	967	2.98542	997	2.95279
938	2.97220	968	2.98587	998	2.95327
939	2.97266	969	2.98632	999	2.95379
940	2.97312	970	2.98677	1000	3.00000
941	2.97358	971	2.98721		
942	2.97405	972	2.98766		
943	2.97451	973	2.98811		
944	2.97497	974	2.98855		
945	2.97543	975	2.98900		

Erste Ubung, in Vor-Aufgaben zur Arithmetica Logarithmica.

Die I. Vor-Aufgabe.

Den Logarithmum zu einer Zahl zu finden, die grösser ist, als sie die Tabellen geben, z. E. zu 3264.

SOLUTIO.

Schneide von der gegebenen Zahl 3264. die ersten 3. Ziffern 326 ab, als die sich in den vorstehenden Tabellen finden, und suche den Logarithmum, ist 251321. ziehe solchen von dem nechstfolgenden Logarithmo ab, ist 251454. und bleiben 133 als die Differentz beyder Logarithmorum. Diese Differentz 133. multiplicir mit der abgeschnittenen Ziffer, der 4. kommen 532. und weil du eine Ziffer von der gegebenen Zahl 3264. nemlich die 4. abgeschnitten, so schneide auch eine von den durch die Multiplication gekommenen 532. ab, nemlich die 2 so bleiben 53 übrig. Diese 53 addire zu dem Logarithmo der ersten 3. Ziffern der gegebenen Zahl, nemlich den 326. war der Logarithmus 251321. so kommen 251374. und weil du am Ende der gegebenen Zahl eine Ziffer abgeschnitten, so erhöhe

nun dargegen die erste Zahl der durch die Addition heraus gekommenen Summe 251374. von vorn also auch um 1. daß du solche zur 2. addirest; so kommen 351374. für den gesuchten Logarithmum, wobey denn obiter noch zu mercken, daß auf anberegte Art, der kommende Logarithmus zu anfange allemahl eine Zahl bekömmt, die 1. weniger ist, als die Zahl Ziffern hat, wozu man solchen Logarithmum suchet. Also da diese Zahl hier 4. Ziffern hat, so muß die erste Ziffer im gesuchten Logarithmo nur eine 3. seyn.

Item zu *1234.* *Fac. 309131.*
Item zu *2788.* *Fac. 344529.*
Item zu *4689.* *Fac. 367107.*
Item zu *14724.* *Fac. 416801.*
Item zu *258889.* *Fac. 541310.*
Item zu *5374826.* *Fac. 673036.*

Die II. Vor-Aufgabe.

Den Valorem eines Logarithmi zu finden, so grösser ist, als ihn die Tabellen geben. z. E. 350677.

SOLUTIO.

Suche den gegebenen Logarithmum in den Tabellen unter der Characteristica, oder Anfangs-Ziffer 2 so kömmt ihm am nechsten der Logarithmus 250650. dessen Valor ist 321. und giebt dieser die ersten 3 Ziffern des Valoris, so gefunden werden soll. Ziehe ferner diesen Logarithmum

250650.

250650. von dem gegebenen 350677 ab, ohne doch auf die erste 2. zu sehen, als welche von der 3. des grössern Logarithmi nicht abgezogen wird, so bleiben 27. zu diesen 27. setze so viel Nullen, als vielmahl die erste Ziffer des gegebenen Logarithmi grösser ist, denn des andern gefundenen, ist dort die 3. und hier die 2. und also der Uberschuß nur 1. und mithin setze auch nur 1. Null zu den 27. wird daraus 270. ziehe nun auch den gefundenen Logarithmum 250650. von seinem nechst folgenden grössern ab, ist 250785. und bleiben 135. Mit diesem Reste 135. dividir die vorhin heraus gekommenen 270. so kommen 2. zum Facit, diese setze an den erst gefundenen Valorem 321. hinten an, wird 3212. als der rechte Valor des Logarithmi 350677.

Item zu *309131.* *Fac.* 1234.
Item zu *338111.* *Fac.* *2405.*
Item zu *368797.* *Fac.* *4875.*
Item zu *488400.* *Fac.* *76560.*
Item zu *598666.* *Fac.* *969755.*
Item zu *675432.* *Fac.* *5679714.*

Die III. Vor-Aufgabe.

Den acuraten Valorem eines Logarithmi zu finden, der in den Tabellen nicht stehet, z. E. 0,66555.

Suche diesen Logarithmum 66555. in den Tabellen auf, so findet sich, daß der nechste Logarithmus vor ihm sey 0. 60206. dessen Valor 4. ist. Nun suche eben diesen gegebenen Logarithmum

66555

66555. auch unter den Logarithmis, so statt der o eine 1. voran haben, oder auch denen, so nach dem Valore 4. mit einer o. das ist nach dem Valore 40. folgen, und da findet sich, daß der Logarithmus 1. 66275. wieder der nächste vor ihm ist, dessen Valor 46. erst die schon gefundenen 4. gantzen, die 6. daran aber $\frac{6}{10}$ darzu giebet. Will man den Valorem noch genauer haben, so suche man den gegebenen Logarithmum auch unter den Logarithmis in den Tabellen auf, die statt der o. oder nun auch der statt der 1. eine 2. voran haben, oder auch nach dem Valore 46. mit einer o. das ist nach 460. kommen, so findet sich, daß der nächste Logarithmus vor ihm 2. 66464 ist, dessen Valor 462. also zu vorigen $4\frac{6}{10}$ nun auch noch $\frac{2}{100}$ giebt, und also des gegebenen Lagarithmi gantzer Valor nun $4\frac{62}{100}$ ist. Will man noch genauer gehen, so suche man diesen Valorum $4\frac{62}{100}$ nun in Tabellen, da die erste Zahl eine 3. ist, oder nach dem Valore 4620. so findet sich, daß der nächste Logarithmus vor ihm sey 3. 66548. dessen Valor 4629. nun zu vorigen $\frac{6}{10}$. und $\frac{2}{100}$. auch noch $\frac{9}{1000}$. giebt, und also dieser nun für den Logarithmum 66555. ist $4\frac{629}{1000}$ welches man, wenn es Decimal-Maaß wär, schriebe 4629 (‴.

Item zu	0. 42345.	*Fac.*	$2\frac{651}{1000}$.
Item zu	0. 8888.	*Fac.*	$7\frac{742}{1000}$.
Item zu	1. 23456.	*Fac.*	$17\frac{16}{100}$.
Item zu	1. 65432.	*Fac.*	$45\frac{11}{100}$.
Item zu	2. 44221.	*Fac.*	$276\frac{8}{10}$
Item zu	2. 90000.	*Fac.*	$794\frac{3}{10}$.

SCHO-

SCHOLION I.

Hätte man Tabellen, darinne die Logarithmi auch den Characteristicam 4. 5. u. s. w. vor sich hätten, so könte man auch den Valorum noch genauer suchen, wiewohl solches auch ohne dergleichen Tabellen zum Theil nach vorhergehender Aufgabe angehet, allein auch eine ziemlich Mühe brauchet, und zum wenigsten in der Geometrie selten nöthig ist.

SCHOLION II.

Wolte man den Valorem zu dem Logarithmo 66555. also fort bis auf 1000. Theilgen gesucht haben, so siehet man so gleich, welcher Logarithmus unter der Characteristica 3. (als so viel die Zahl 1000. Nullen hat,) zu nechst vor ihm hergehet, ist 3. 66548. und hat zu seinem Valore auch 4629. unter welche man denn von hinten herein 3. Nulle mit ihrer 1. voran, oder die 1000. setzet, so kömmt daher auch solches Logarithmi genauer Valor $4\frac{629}{1000}$.

Die IIII. Vor-Aufgabe.

Den Logarithmum zu einem Bruche zu finden, z. E. zu $\frac{5}{6}$

Kehr den Bruch um, und mache daraus $\frac{6}{5}$. suche nun den Logarithmum zur 6. ist. 0. 77815. und auch zur 5. ist 0. 69897. ziehe diesen Logarithmum der 5. von dem Lgarithmo der 6. ab, nemlich 0. 69897. von 0. 77815. so bleiben 7918 für den Logarithmum des Bruches $\frac{5}{6}$. welchen Logarith-

garithmum man dann eigentlich mit einem Strich vorher bemercket, als--7918, um damit anzuzeigen daß es ein Logarithmus eines Bruchs sey.

SCHOLION.

Ist der Bruch eine Fractio spuria, z. E. $\frac{8}{3}$. so kehret man ihn nicht um, sondern ziehet sofort den Logarithmum der 3. von dem Logarithmo der 8. ab. Ist aber der Bruch eine Fractio mixta, z. E. $3\frac{5}{7}$ so reducirt man ihn, und macht daraus $\frac{26}{7}$. und verfähret sodann mit diesen wieder, als mit einer Fractione spuria.

Andere Ubung, in der Arithmetica Logarithmica selbst.

Die I. Aufgabe.

Zwo gegebene Zahlen mit einander logarithmice zu multipliciren, z. E. 47. mit 17.

SOLUTIO.

Suche den Logarithmum zu 47. ist 167209. ingleichen den zu 17. ist 123044. addire diese beyden Logarithmos, geben 290253. Diese 290253. suche unter den Logarithmis so wird sich finden, daß der ihnen zu nechst-kommende Logarithmus 290254. zu seinem Valore habe 799. als das Facit, so die 47. und 17. mit einander multiplicirt geben.

Item

Item *52* mit *13*. *Fac. 676.*
Item *142* mit *24*. *Fac. 3408.*
Item *327* mit *235*. *Fac. 76845.*
Item *598* mit *473*. *Fac. 282854.*
Item *1368* mit *945*. *Fac. 1292760.*
Item *8675* mit *5678*. *Fac. 49256650.*

SCHOLION.

Wann der beyden Zahlen, so mit einander multiplicirt werden sollen, ihre addirten Logarithmi zur ersten Ziffer im Producte mehr, als eine 2. bekommen, muß man bey hier gegebenen Tabellen die 2. Vor-Aufgabe zu Hülffe nehmen, und dafern mehr, als eine 3. zur ersten Ziffer kömmt, reichen auch *Strauchii* Tabellen nicht mehr zu, ungeacht sie bis 10000. gehen; sondern man muß auch sodann sich wieder an die 2. Vor-Aufgabe halten.

Die II. Aufgabe.

Zwo Zahlen mit einander logarithmice zu dividiren, z. E. 862. mit 36.

SOLUTIO.

Suche den Logarithmum zu 862. ist 293550. und auch den zu dem Diuisore 36. ist 155630. ziehe diesen von jenem ab, so bleiben 137920. hierzu suche den Valorem in den Tabellen, weil sich aber solcher Logarithmus selbst darinne nicht findet, so nimm dem nechst kleinern dafür, ist 136172. dessen Valor denn ist 23. ohne den Bruch $\frac{34}{36}$ so darinne bleibet.

Item

Item *420* mit *12.* *Fac. 35.*
Item *638.* mit *24.* *Fac. 26.*
Item *992* mit *36.* *Fac. 27.*
Item *1348* mit *136.* *Fac. 9.*
Item *5668* mit *483.* *Fac. 11.*
Item *9896* mit *2348.* *Fac. 4.*

SCHOLION.

Die ersten 3. Exempel können nach hier beygebrachten Tabellen gemacht werden, zu den andern 3. muß man wenigstens *Strauchii* Tabellen haben, oder in deren Entstehung, erst die Logarithmos zu den Zahlen, so über 1000. sind, nach der 1. Vor-Aufgabe suchen, welches denn auch bey *Strauchii* Tabellen geschehen muß, wann eine Zahl grösser als 10000. ist.

Die III. Aufgabe.

Den Radicem quadratam aus einer gegebenen Zahl zu ziehen, die nicht grösser ist, als sie die Tabellen geben, z. E. aus 625.

SOLUTIO.

Suche zu der Zahl 625 den Logarithmum, ist 279588; diesen halbir, kommen 139794. diese suche als einen neuen Logarithmum in den Tabellen, so giebt ihr Valor 25. als den verlangten Radicem quadratam aus 625.

Item aus *246.* *Fac. 15.*
Item aus *325.* *Fac. 18.*
Item aus *473.* *Fac. 21.*
Item aus *588.* *Fac. 24.*
Item aus *869.* *Fac. 29.*
Item aus *999.* *Fac. 31.*

Die

Die IV. Aufgabe.

Den Radicem quadratam aus einer Zahl zu ziehen, die grösser ist, als sie die Tabellen geben, z. E. aus 68432.

SOLUTIO.

Nimm von der gegebenen Zahl die ersten 3. Ziffern, als hier 684. suche darzu den Logarithmum, ist 283505. und, weil die gegebene Zahl 68432. aus 5. Ziffern bestehet, nimm eins weniger, ist 4. und setze diese an statt des Indicis 2. in dem Logarithmo 283505. so wird aus ihm der Logarithmus 483505. diesen halbir, so kömmt der Logarithmus 241752. welchen man denn in den Tabellen aufsuchet, so findet sich dessen Valor 261. als der Radix quadrata zu 68432.

Item aus *8672. Fac. 93.*
Item aus *12345. Fac. 111.*
Item aus *98765. Fac. 314.*
Item aus *164319. Fac. 405.*
Item aus *557782. Fac. 746.*
Item aus *844884. Fac. 919.*

SCHOLION.

Wenn nach der Halbirung die Zahl noch grösser bleibt, als sie die hiesigen Tabellen geben, muß man *Strauchii* Tabellen oder die 2. Vor-Aufgabe zu Hülfe nehmen.

Die V. Aufgabe.

Den Radicem cubicam aus einer gegebenen Zahl zu extrahiren, die nicht grösser ist, als sie die Tabellen geben, z. E. aus 992.

SOLUTIO.

Suche zu der gegebenen Zahl 992. den Logarithmum, ist 299651. diesen dividir mit 3. kömmt 99883. diese 99883 suche als einen neuen Logarithmum in den Tabellen, so giebt der ihm zu nechst kommende 95424. zum Valore 9, so der gesuchte Radix cubica aus 992 ist

Item aus *292.* *Fac. 6.*
Item aus *379.* *Fac. 7.*
Item aus *456.* *Fac. 7.*
Item aus *682.* *Fac. 8.*
Item aus *888.* *Fac. 9.*
Item aus *911.* *Fac. 9.*

Die VI. Aufgabe.

Den Radicem cubicam aus einer Zahl zu extrahiren, so grösser ist, als sie die Tabellen geben, z. E. aus 123456789.

SOLUTIO.

Auch hier schneide wieder die ersten 3. Ziffern ab, sind 123. und suche ihren Logarithmum, ist 208990. und weil die Zahl 123456789. aus 9. Ziffern bestehet, so erhöhe den Indicem 2. in 208990. bis auf

8. als

8. als 1. weniger, denn Ziffern in 123456789 sind, so kömmt die Zahl 808990. daraus. Diese dividir mit 3. so kömmt 269663. als ein neuer Logarithmus den man denn in den Tabellen aufschlägt, und findet sich sodann, daß dessen Valor ist 497. als der Radix cubica aus 123456789.

Item aus *92786. Fac. 45.*
Item aus *542683. Fac. 81.*
Item aus *2860867. Fac. 141.*
Item aus *9000000. Fac. 208.*
Item aus *47528384. Fac. 362.*
Item aus *682432682. Fac. 880.*

SCHOLION I.

Wenn nach der Diuision mit 3. die Zahl auch so noch grösser bleibet, als sie die Tabellen geben, muß man sich auch hier mit grössern Tabellen oder der 2. Vor-Aufgabe helffen.

SCHOLION II.

Soll man den Radicem zensizensicam aus einer Zahl ziehen, so suchet man zu ihr erst den Logarithmum, wie in vorigen beyden Aufgaben, dafern die Zahl grösser ist, als sie die Tabellen geben, dividiret solchen sodann mit 4. siehet ferner, was sich zu der herausgekommenen Zahl, als einem neuen Logarithmo für ein Valor finde, so ist dieser der verlangte Radix. Z. E. zu 705. ist der Logarithmus 282930. dieser mit 4. dividirt giebt 70732. welchem in den Tabellen am nechsten kömmt 07, 815.

wozu der Valor 5. ist, als der Radix zensizensica aus 705. Also wenn man denn Radicem sursolidam aus einer Zahl ziehen soll, so dividiret man ihren Logarithum mit 5. und verfähret denn wie in der Extraction des Radicis censicensicæ. Und gleiche Methode wird denn auch observiret, wenn man den Radicem censicubicam, bisursolidam, Zenszensdezensicam, u. s. f. aus einer Zahl extrahiren soll, nur daß man ersterer Logarithmum mit 6. der andern mit 7. der dritten mit 8. u. s. f. dividiren muß.

SCHOLION III.

Dafern die Nahmen dieser Wurtzel nicht bekannt, der kan sich mercken, daß, wenn man z. E. eine Zahl, als 3. mit sich selbst multipliciret, als 3. mahl 3 ist 9. diese 9. eine numerus quadratus oder *Zensus* heisse; multiplicirt man diese 9. wieder mit der 3. so giebt sie 27. und diese 27. sind denn ein numerus cubicus oder *Cubus;* multiplicirt man diese 27. wieder mit 3. so entstehet daher der *Zensizensus* 81. diese 81 wieder mit 3. multiplicirt geben den *Cubicensum* 729. diese wieder mit 3. multiplicirt geben den *Sursolidum secundum 2187*. diese wieder mit 3. multiplicirt geben den *Zensizensizensum 6561*. diese wieder mit 3. multiplicirt geben den *Cubicubum 19683*. diese wieder mit 3. multiplicirt geben den *Sursolidizensum 59049*. diese wieder mit 3. multiplicirt geben den *Sursolidum tertium 177147*. diese wieder mit 3. multiplicirt geben den *Zensizensicubum 531441*. diese wieder mit 3. mul-

multiplicirt geben den *Surſolidum quartum* 1594323. dieſe wieder mit 3. multiplicirt geben den *Surſolidizenſum ſecundum* 4782969. Und dieſes kan denn alſo in infinitum fortgeführet werden. Indeſſen kan man aus allen dieſen Zahlen auch Reſp. den Radicem *quadratam* oder cenſicam, *cubicam*, *zenſizenſicam*, *ſurſolidam*, *cubicenſicam*, *ſurſolidam* 2. *zenſizenſizenſicam*, *cubicubicam*, *ſurſolidizenſicam*, *ſurſolidam* 3. *zenſizenſicubicam*, *ſurſolidam* 4. *ſurſolidizenſicam* 2. u. ſ. f. extrahiren, welcher denn nach obigen Zahlen allemahl 3. iſt. Der Gebrauch dieſer Radicum und gantzen Rechnung aber iſt im gemeinen Leben ſo groß nicht, ſo geben auch die gemeinen Rechenmeiſter davon meiſt nur imaginaire Exempel an, wie Herr Scheßler, und, nach ihm Herr Peſcheck von dem Cubicubica vorgebracht:

Item es werden Mauer-Steine gebrannt in Form eines *Cubi* oder Würffels, jegliche Seite daran iſt etliche Zoll lang; aus ſolchen Steinen wird ein *Corpus* recht cubiſch zuſammen geſetzt, deſſen Höhe oder Breite ſo viel Zoll hält, als jeder Mauer-Stein cubiſche Zoll an Innhalt thut, des *Corporis* Innhalt aber beträgt 75084686 $\frac{143}{512}$ cubiſche Zoll. Iſt die Frage nach der Breite oder Dicke der Mauer-Steine. Fac. nach Herr Scheßlern 7½. Zoll, nach Herr Peſchecken 1½. Zoll; welcher recht habe, kan zur Probe nach dieſer Aufgabe geſucht werden, nach welcher dieſe Arbeit, in regard der, welche ſonſt nach dem gemeinen Wege übernommen werden muß, billig leicht und geringe heiſſen kan.

Die VII. Aufgabe.

Alle gegebene Exempel nach der Regula de Tri zu solviren.

Als 24---6---96?

SOLUTIO.

Suche den Logarithmum zu dem dritten Satze der 96. ist 198227; ingleichen zu dem mittlern Satze der 6. ist 77815. addire beyde Logarithmos, geben 276042. Suche nun auch den Logarithmum zu dem ersten Satze, den 24. ist 138021. ziehe diesen Logarithmum 138021. von der vorhin gekommenen Summe 276042. ab, bleiben 138021. als ein neuer Logarithmus, diesen suche denn in den Tabellen, so findet sich, daß dessen Valor 24. ist, welche denn auch das Facit des gegeben Exempels ist, und kömmet denn das Exempel also zu stehen:

96------	198227
6-------	77815
Summa	276042
24--------	138021
Rest	138021. darzu der Valor 24 als Facit.

Item *12-----8------72? Fac. 48.*
Item *36------12------126? Fac. 42.*
Item *65------72------288? Fac. 319.*
Item *126------256------849? Fac. 1724.*
Item *298------1000------4982? Fac. 16718.*
Item *2359------3468------1948? Fac. 2863.*

Die

Die eilfte Lection.

Von der Berechnung der rational-gleichen Temperatur nach der logarithmischen Rechenkunst, nebst einer Anweisung zur Extraction der Quadrat und Cubic-Wurtzel, und Anleitung wie solche bey Berechnung der rational-gleichen Temperatur zu gebrauchen.

Schüler.

Ich bitte um mehrere Erläuterung wie ich mir die logarithmische Rechenkunst bey Berechnung einer Temperatur zu Nutze machen soll.

Lehrmeister.

Wenn du obige erste und andere Voraufgabe wohl in Acht nimmst, so wirst du dich bald darein schicken lernen. Wir wollen zur Ubung die Temperatur auf diese Art innerhalb 2000 : 00 C und 1000. 00 c berechnen. Wollen wir nun das erste Medium zwischen 2000. 00 und 1000. 00 für den Clavem Fs finden, so müssen wir nach der ersten Voraufgabe zu 1000. 00 den Logarithmum suchen. In den obigen Tabellen hat 1000 zum Logarithmo 3. 00000. Weil nun 1000. 00 zwey Nullen mehr hat, so dürffen wir nur die 3. um 2. Unitäten erhöhen, und in eine 5. verwandeln, so

haben wir den Logarithmum zu 1000. 00 nemlich 5. 00000.

Zum Voraus mercke, daß allhier die geometrische Progreßion ihre Dienste thut. z. E.

Valores.	Logarithmi.
10.	1. 00000.
100.	2. 00000.
1000.	3. 00000.
10000.	4. 00000.
100000.	5. 00000.

Mercke nun: 2000. 00 ist gleich 1, und 1000. 00 ist gleich $\frac{1}{2}$, und der Logarithmus von $\frac{1}{2}$ ist 0. 30103, wie der Valor 2 in den Tabellen besagt. Aus diesem müssen wir Radicem quadratam ziehen. Dieses geschicht wenn wir ihn mit 2 dividiren, oder halbiren, alsdenn bekommen wir 15051$\frac{1}{2}$ als Radicem quadratam. Diesen Logarithmum dürffen wir nur zu dem Logarithmum von 1000. 00, nemlich 5. 00000 addiren, so bekommen wir den Logarithmum zu Fs, als:

5. 00000. Log. zu c.
0. 15051$\frac{1}{2}$. Radix quadrata aus 30103.
5. 15051$\frac{1}{2}$. Log. zu Fs.

Zu diesem Logarithmo müssen wir nun seinem Valorem suchen, welches uns die obige andere Voraufgabe lehret. Da heißt es nun: Suche den gegebenen Logarithmum 5. 15051$\frac{1}{2}$ in den Tabellen unter der Characteristica, oder Anfangs-

Ziffer

Ziffer 2. so ist sein ihm am nechsten kommender Logarithmus 2. 14921, und dessen Valor ist 141, welcher die ersten 3. Ziffern des Valors giebt, der zu Fs gefunden werden soll. Diesen Logarithmum ziehe von dem gegebenen Logarithmo ab, ohne doch auf die erste Zahl 2 zu sehen, als welche von dem gegebenen nicht abgezogen wird, als:

5. 15051. gegebener Log.
2. 14921. gefundener Log.
130. Rest.

Zu diesem Reste setze so viel Nullen, als vielmähl die erste Ziffer des gegebenen Logarithmi grösser ist denn des gefundenen, nemlich 3. Nullen, weil 5 um 3 grösser ist als 2, so kommt 130000;

Ziehe nun auch den gefundenen Log. 2. 4921. von seinem in denen Tabellen nechst folgenden grössern ab:

2. 15228. nechstfolgender Log.
2. 14921. gefundener Log.
307. Rest.

Mit diesem Reste dividire die vorhin herausgekommene Zahl 130000;

130000, (423. Facit.
307.

Dieses Facit setze an den erstgefundenen Valorem 141 hinten an, so hast du den gesuchten Valorem vor das Fs, nemlich 1414. 23.

Nun setze R. quadratam 15051$\frac{1}{2}$ wiederum unter den Logarithmum 5. 15051$\frac{1}{2}$, und addire ihn zu solchen, so kommt der Logar. 5. 30103 zu dem Valor. 2000. 00, als:

5. 15051$\frac{1}{2}$.	Logar. zu Fs.
15051$\frac{1}{2}$.	Radix quadrata.
5. 30103.	Logar. zu C.

Es siehet demnach unser erster Proceß also aus:

	5. 00000.	1000. 00 c.	
Va^2	0. 15051$\frac{1}{2}$.		414. 23. c Fs.
	5. 15051$\frac{1}{2}$.	1414. 23. Fs.	
	15051$\frac{1}{2}$.		585. 77. Fs. c
	5. 30103.	2000. 00. C.	10000. 00. c.

Die zusammen gesetzten Differentzen müssen 1000. 00 ausmachen, zum Beweiß daß wir richtig gerechnet haben.

Nun wollen wir die Octav in 3. gleiche Verhältnisse, nemlich c Gs E C theilen. Diese werden wir erhalten, wenn wir aus dem Logarithmo von $\frac{1}{2}$ nemlich aus 0. 30103 Radicem cubicam extrahiren, und mit der halben Linie 3 mahl vergleichen. Diese Extraction geschicht, indem wir den Logar. 0. 30103 mit 3 dividiren, alsdenn kriegen wir zum Facit 0. 10034$\frac{1}{3}$, solcher Radix cubica wird wie oben zum Logar. 5. 00000 addiret, alsdenn bekommen wir den Logar. zu Gs:

5.

5. 00000. Log. zu c.
0. 10034⅓. Rad. cub.

5. 10034⅓. Log. zu Gs.

Suchen wir zu diesem den Valorem, auf angezeigte Art, so finden wir, daß solchem in den Tabellen am nechsten komme 2. 0969 , dessen Valor 125 ist, welcher die drey erstern Ziffern des Valors zu Gs giebt. Diesen ziehen wir von dem gegebenen ab:

5. 10034. gegebener Log.
2. 09691. gefundener Log.

343. Rest.

Zu diesem Reste setzen wir 3 Nullen, ob an gezeigter Ursache willen, und bekommen also 343000. Den gefundenen Logar. ziehen wir auch von seinem nechst folgenden grössern ab:

2. 10037. grösserer.
2. 09691. gefundener Log.

346. Rest.

Mit diesem Reste dividiren wir die vorhin heraus gekommene Zahl:

3430.00. (991.
346.

Dieses Product 991. wird zu dem obigen Valorem 125. gesetzet, und alsdenn bekommt Gs zum Valorem 1259.91.

Weiter

Weiter wird Radix cubica 0. 10034⅓. zu dem Logar. von Gs addirt, alsdenn kommt der Logar. zu E.

5. 10034⅓. Log. von Gs.
 10034⅓. Rad. cub.

5. 20068⅔. Log. zu E.

Suchen wir auf beschriebene Art seinen Valorem, so finden wir 1587. 40. Zu dem Logar. von E addiren wir abermahl Radic. cub. alsdenn kommt der Logar. zu C wieder, dessen Valor 2000. 00 ist.

Dieser andere Proceß und Vertheilung der Octav in 3. gleiche Verhältnisse siehet demnach also aus:

5. 00000. 1000. 00. c.
$\sqrt{a^3}$.0. 10034⅓. 259. 91. c. b A vel Gs.

5. 10034⅓. 1259. 91. Gs.
 10034⅓. 327. 49. Gs. E.

5. 20068⅔. 1587. 40. E.
 10034⅓. 412. 60. E. c.

5. 30103. 2000. 00. C. 1000. 00. c.

Wollen wir die Octav in 4. rational-gleiche Theile, oder in 4. gleiche kleine Tertzen c A Fs {Ds / bE} C theilen, so kan es geschehen, wenn wir aus dem Logarithmo von $\frac{1}{2}$. Radicem censi-censicam extrahiren, welches geschicht wenn wir 30103. mit 4. dividiren, so kommt zum Product 7525$\frac{3}{4}$. Um Weitläufftigkeit zu vermeyden, will den Proceß gleich hersetzen:

5. 00000. 1000. 00. c.	
$\sqrt{a^4}$. 0. 07525$\frac{3}{4}$.	189. 20. c. A.
5. 07525$\frac{3}{4}$. 1189. 20. A.	
7525$\frac{3}{4}$.	225. 03. A. Fs.
5. 15051$\frac{1}{2}$. 1414. 23. Fs.	
7525$\frac{3}{4}$.	267. 59. Fs. Ds.
5. 22577$\frac{1}{4}$. 1681. 82. Ds.	
7525$\frac{3}{4}$.	318. 18. bE C.
5. 30103. 2000. 00. C.	1000. 00. c.

Wollen wir die Octav in 6 rational-gleiche Theile, oder in 6 grosse Tone c B Gs Fs E D c theilen, so müssen wir aus dem Logarithmo von $\frac{1}{2}$, nemlich aus 30103 Radicem censicubicam ziehen, welches geschicht, wenn wir diesen Logar. mit 6 dividiren, so kommt 5017$\frac{1}{6}$ zum Product als der gesuchte Radix censi-cubica.

Die-

Dieser wird so dann 6. mahl förder getragen, und denen kommenden Logarithmis zugesetzt, und so dann ihre Valores gesucht. Hier stehet der Proceß:

5. 00000.	1000. 00. c.	
Va^6. 0. 05017 1/8.		122. 48. c. B.
5. 05017 1/8.	1122. 48. B.	
5017 1/8.		137. 43. B. Gs.
5. 10034 1/3.	1259. 91. Gs.	
5017 1/8.		154. 32. Gs. Fs.
5. 15051 1/2.	1414. 23. Fs.	
5017 1/8.		173. 17. Fs. E.
5. 20068 2/3.	1587. 40. E.	
5017 1/8.		194. 36. E. D.
5. 25085 5/8.	1781. 76. D.	
5017 1/8.		218. 24. D. C.
5. 30103.	2000. 00. C.	1000. 00. c.

Letztlich theilen wir die Octav in 12. gleiche Semitonia, und dieses geschicht wenn wir aus dem Logarithmo von 1/2. Radicem Censi-censi-cubicam extrahiren, als:

30103. (2508 7/12. Rad. Censi-censi-cubica.
12.

Diesen

Diesen setzen wir den Logarithmis 12. mahl zu, wie folget:

5. 00000. 1000. 00. c.
$\sqrt{a}^{12}$.0. 02508. 7. 12. Th. 59. 46. c. H.

5. 02508$\frac{7}{7\frac{1}{2}}$. 1059. 46. H.
2508. 7. 12. Th. 63. 02. H. B.

5. 05017$\frac{1}{6}$. 1122. 48. B.
2508. 7. 12. Th. 66. 72. B. A.

5. 07525$\frac{3}{4}$. 1189. 20. A.
2508. 7. 12. Th. 70. 71. A. Gis.

5. 10034$\frac{1}{3}$. 1259. 91. Gis.
2508. 7. 12. Th. 74. 92. Gis. G.

5. 12542$\frac{1}{7\frac{1}{2}}$. 1334. 83. G.
2508. 7. 12. Th. 79. 40. G. Fis.

5. 15051$\frac{1}{2}$. 1414. 23. Fis.
2508. 7. 12. Th. 84. 80. Fis. F.

5. 17560$\frac{1}{7\frac{1}{2}}$. 1498. 31. F.
2508. 7. 12. Th. 89. 09. F. E.

5. 20068$\frac{2}{3}$. 1587. 40. E.
250°. 7. 12. Th. 94. 42. E. Dis.

5. 22577$\frac{1}{4}$. 1681. 82. Dis.
2508. 7. 12. Th. 99. 94. Dis. D.

5. 25085$\frac{5}{6}$. 1781. 76. D.
2508. 7. 12. Th. 105. 98. D. Cis.

5. 27594$\frac{5}{7\frac{1}{2}}$. 1887. 74. Cis.
2508. 7. 12. Th. 112. 26. Cis. C.

5. 30103. 2000. 00. C. 1000. 00. c.

Wol-

Wolten wir noch genauer rechnen, so müsten wir die dritte und vierdte Voraufgabe zu Hülffe nehmen. Da aber das Gehör bey Wegwerffung so kleiner Brüche nichts verliehret, so kan man solcher Mühe auch nicht überhoben seyn.

Schüler.

Ich freue mich diese künstliche Art der Rechenkunst zu lernen, und werde mich nun schon mehr üben. Ich muß aber allhier auch meine Unwissenheit in der Extraction der Quadrat- und Cubic-Wurtzel nach der gemeinen Art bekennen, und um Anweisung zu solcher bitten.

Lehrmeister.

Diese finden wir gantz kurtz und deutlich in des seel. Herrn Dietrich Justus Schlegels, Systemate Arithmetico specioso, welches gute Buch ich dir bestens recommendiren, und die Anweisung zur Extraction gedachter Wurtzeln daraus entlehnen, und hier beyfügen will.

Von der Extraction der Quadrat- und Cubic-Wurtzel.

Extractio Radicis Quadratæ.

Ein Numerus Quadratus ist eine solche Zahl, welche mit ihren Unitäten in eine rechte Vierung kan gesetzet werden. e. g. 16 ist ein numerus quadratus, wie hier zu sehen.

1 1 1 1
1 1 1 1
1 1 1 1
1 1 1 1

Radix quadrata ist die Zahl, woraus ein numerus quadratus generiret wird.

Eine jede Zahl kan ein radix quadrata seyn, aber nicht eine jede Zahl ein numerus quadratus.

Eine jede Zahl mit sich selbst multiplicirt bringet numerum quadratum. e. g.

9 ist Radix.
9
———
81 ist numerus quadratus.

Wie extrahiret man Radicem quadratam? Resp. also:

1. Theile die vorgegebene Zahl (sie mag eine rechte quadrat - oder surde Zahl seyn) in Glieder, das ist, fang bey der rechten Hand an, und mache allezeit nach zwo Zahlen, gegen die lincke Hand, ein Strichlein.

2. Besiehe das fordere Glied (welches auch nur von einer Zahl bestehen kan) ob es eine quadrat-Zahl sey, oder nicht.

3. Ist es eine juste quadrat-Zahl, so streiche sie aus, und setze ihre Wurtzel in den Cirkel.

Die folgenden Glieder elaborire also:

Das im Cirkel stehende quotum duplire, so bekömmest du einen neuen Divisorem, schreibe ihn also unter, daß du gleich unter der Zahl hinter dem Striche des folgenden membri anfängest zu schreiben; hernach dividire, und setze das quotum in den Cirkel, und auch neben den Divisorem. Also verfahre auch mit allen folgenden Gliedern.

Tabula Radicum & numerorum quadratorum.

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrat.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Ob nun wohl die folgenden Exempel nicht zu unserer Temperatur-Rechnung gehören, so werden sie doch die Anweisung deutlich machen.

Etliche

Etliche Personen haben in einem Wirthshause verzehret 484 Thlr. und hat jeder so viel Thaler zahlen müssen, als Personen gewesen. Wie viel mögen ihrer gewesen seyn? Resp. 22. Personen. Stehet also:

4|84(22 ist Radix, und so viel Personen sind es
42 gewesen.

Theilete 484 in zwey Glieder, und weil 4, oder das fordere Glied, eine Quadrat-Zahl ist, wie in der Tabell zu ersehen, so setzte 2, oder ihren radicem in den Cirkel, und striech 4 aus. Nun duplirte den gefundenen radicem, sagte: 2 mahl 2 ist 4, setzte 4 unter die 8, und sprach: 4 in 8 habe 2 mahl, setzte 2 in den Cirkel, und auch neben die 4, oder neben den Divisorem, und dividirte alsdenn, wie sonst.

Ein Thurn ist hoch 48 Ellen, und um denselben gehet ein Graben voller Wasser, ist 36 Ellen breit. Nun will man aussen am Graben eine Leiter ansetzen, die soll reichen bis zu oberst an den Thurn. Ist die Frage, wie viel Ellen lang die Leiter seyn müsse? ℞. 60. Ellen.

Quadrire des Thurns Höhe, nemlich 48 also:

$$\begin{array}{r} 48 \\ 48 \\ \hline 2304 \end{array}$$ ist das Quadratum.

Nun quadrire auch des Grabens Breite, also:

36
36
———
1296 ist das Quadratum.

Diese beyden quadrata addire also:

2304
1296
———
3600 Summa quadratorum.

36|00(60 ist Radix, und muß also die Leiter 60 Ellen lang seyn.

Hier ist zu mercken, wenn in einem Gliede lauter Nullen kommen, wie in dem letzten Gliede des vorigen Exempels, so setze eine Null davor in den Circkel.

Es ist ein Thurn, dessen Höhe 36 Ellen, und fliesset ein Wasser vorbey, dessen Breite ich nicht weiß. So man aber eine Leiter 39 Ellen lang am äusersten Rande auflehnet, reicht sie an die Spitze des Thurns. Ist die Frage, wie breit das Wasser sey? Resp. 15 Ellen breit. Stehet also:

Höhe.	Leiter.	
36	39	1521
36	39	÷ 1296
1296 □	1521 □	225

x |
x | 2|25 (15 ist Radix, und so breit ist das Wasser.
x | 25

Veränderung.

Es ist ein Thurn, dessen Höhe mir verborgen, fleust aber fürüber ein Wasser, das 15 Ellen breit, und so man eine Leiter von dem äuserstẽn Gestade des Wassers 39 Ellen lang zum Thurne lehnet, erreichet sie gleich die Spitze. Ist die Frage, wie hoch der Thurn sey? Resp. 36 Ellen hoch?

Breite.	Leiter.
15	39
15	39
225 □	1521 □

1521
÷ 225

12|96 (36 ist Radix, und so hoch ist der Thurn. vid. Schultzium.

Ein General hat 22500 Soldaten, will mit denenselben eine gevierdte Schlacht-Ordnung machen wie viel kommen in ein Glied, und wie viel Glieder werdens? R. 150 Mann in jedes Glied, und also auch 150 Glieder. Stehet also:

1 |
2 | 25 | 00 (150 ist Radix.
1 | 25 |

Weil das fordere membrum keine juste Quadrat-Zahl war, so nahm die nechst vorhergehende Quadrat-Zahl, nemlich 1, setzte ihren radicem in den Circkel, und subtrahirte 1 von 2, bliebe 1. 2c.

Ein Weinberg liegt in forma quadrata, begreifft in sich 40000 Quadrat-Ruthen. Wie lang ist also ein latus? Resp. 200 schlechte Ruthen lang. Stehet also:

4|00|00(200 Radix.

Eine Armee bestehet von 166464 Mann, soll in eine gevierdte Schlacht-Ordnung gestellet werden. Wie viel Mann kommen in ein Glied, und wie viel Glieder werdens? Resp. 408 Mann kommen in ein Glied, und werden 408 Glieder. Stehet also:

16|64|64 (40

Hier kan mit 8 in 6 nicht dividiren, so setze eine Null in den Circkel, und duplire den gantzen radicem, bekomme 80; und verfahre hernach weiter also:

16|64|64 (408 ist Radix.

Ein General hat 14112 Mann, daraus will er eine Schlacht machen, zweymahl so lang, als breit. Ist die Frage, wie viel Mann er in ein Glied stellen muß? Resp. 84 Mann, und werden zweymahl so viel Glieder, nemlich 168 Glieder. Derer Soldaten Anzahl theile in den Nahmen der proportion der Länge gegen die Breite, und ziehe aus dem quoto radicem quadratam, so erlernest du die Breite, welche hernach mit dem Nahmen der proportion multiplicire. Stehet also:

14112 (7056.
2

Hier

Hier ist 2 der Nahme der proportion, und 7056 ist die Zahl, woraus Radix quadrata muß gezogen werden.

70|56(84 ist Radix, und die Breite eines
2 Gliedes.

168 ist die Anzahl derer Glieder.

Wenn nun eine Zahl keine juste Quadrat-Zahl ist, und dannenhero ein Bruch übrig bleibet, und man doch gerne den nähern radicem extrahiren wolte (exactam radicem kan man nimmermehr aus einer solchen surden Zahl extrahiren) so duplirt man den gefundenen radicem, und addirt 1 zum duplat, was kömmet, setze Bruchs-weise unter den Rest. e. g.

Ein Acker begreifft ohngefähr in sich 3173 Quadrat-Ruthen, und lieget etlicher Maassen in forma quadrata. Wie lang ist eine Seite?

6|37
31|73(56 Ruthen ist Radix major, und
25|51 so lang ist ohngefehr eine Seite.
1|

Wenn ich nun den nähern radicem wissen will, so mache einen Bruch, also: 37 setze an statt des Zehlers; die 56 multiplicire mit 2, und addire 1. Dieses Product ist der Nenner und heisset alsdenn der Bruch $\frac{37}{113}$ einer Ruthen, und ist also der nähere radix 56 $\frac{37}{113}$ einer Ruthen.

In Geometrischen Zahlen setzt man noch zwo Nullen daran, und verfähret, wie zuvor, was da

kömmet, sind partes decimæ; will man noch eine Classe hinzufügen, so kommen partes centesimæ, und so fort. ꝛc.

Sind in Geometrischen Zahlen unterschiedliche Sorten, als Ruthen, Schue, Zoll ꝛc. so nimmet man sie in einem Nahmen, nemlich in dem geringesten, hernach giebet man dem Radici (so alsdenn schlechte Ruthen, Schuhe ꝛc. werden) die behörigen Zeichen rückwärts. e. g.

Eine Wiese begreiffet in sich 482 Quadrat-Ruthen, 32 Quadrat Schuh, und 14 Quadrat-Zoll. Wie lang ist eine Seite der Wiese, weil sie in forma quadrata lieget? Resp. 21 schlechte Ruthen, 9 schlechte Schuh, und 6 schlechte Zoll.

o I II

Der Wiesen Innhalt ist 482 | 32 | 14, oder sie begreiffet in sich 4823214 Quadrat-Zoll.

Nun extrahire *Radicem* quadratam also:

o I II

4 | 82 | 32 | 14 (21. 9. 6. ist Radix, und bleiben noch übrig 798.

Wolte ich nun einen nähern Radicem haben, so müste einmahl, zweymahl, oder mehr mahl zwey Nullen hinzu setzen, also:

o I II III IIII

4 | 82 | 32 | 14 | 00 | 00 (21. 9. 6. 1. 8. ist nun Radix, und bleibet noch übrig 74076.

Mercke:

Durch Hinzusetzung zweyer Nullen wird der Rest rationale centupla vermehrt ꝛc. ist auch zu wissen,

je

je öffters man Nullen beysetzet, je grösser wird der Rest.

Mercke:

Obgleich zuweilen der Rest grösser ist, als Radix inventa, so ist doch recht elaboriret, ist aber unmöglich zu sagen, wie viel der Radix mehr sey, doch beynahe, wie gezeiget worden.

Mercke ferner:

Ist das duplat, worvon oben gedacht, samt der Unität, dem Reste gleich, so ist der Radix um 1 zu kleine, addire also noch 1 zum Radici. e. g.

10 13 |
49 | (6 $\frac{13}{13}$ ist Radix, ist aber nicht recht
35 |

extrahiret, weil der Rest, und das Duplat samt der Unität einander gleich sind, welche also noch ein gantzes ausmachen, und ist alsdenn 7 der Radix.

Wie probiret man?

Multiplicire den gefundenen Radicem quadrate, das ist mit sich selbst, und addire den Rest, so einer da ist, so stellet sich der numerus quadratus wieder, wofern recht elaborirt ist. e. g.

73 | 96 (86 Radix.
86
———
7396 ist numerus quadratus.

Proba kan auch geschehen per Abjectionem numeri novenarii, nemlich man wirfft von der Quadrat-Zahl 9 weg so offt, als es geschehen kan, und setzt den Rest in ein Creutz; hernach wirfft man auch von dem Radice also weg, multiplicirt den Rest quadrate, und wirfft von dem Product auch also 9 weg. Ist nun der untere Rest dem obern gleich, so ists recht. e. g.

73|96 (86 Radix. 7

5
5
———
25 7

* *

Schüler.

Wie mache ich mir aber diese Anweisung zur Extraction der Quadrat-Wurtzel bey Berechnung einer Temperatur zu Nutz?

Lehrmeister.

Also: Wenn man eine Saite C in 2000. 00. Theile theilet, so bekommt die Octav c die Helfte, nemlich 1000. 00. Wenn ich nun wissen will wie viel solcher Theile zum Fs, als dem Mittel in der Octav, gehören, so darf ich nur 2000. 00. mit 1000. 00. multipliciren, und aus der erhaltenen Summe die Quadrat-Wurtzel ziehen, so erfahre ich wie viel Theilgen das Fs bekomme, nemlich 1414. 21.

Will ich das Mittel zwischen C und Fs nemlich Ds wissen, so multiplicire ich 2000. 00. mit 1414.21. und ziehe aus der Summe die Quadrat-Wurtzel, so erfahre ich wie viel Theile Ds bekömmt.

Will ich das Mittel zwischen Fs und c nemlich A wissen, so multiplice ich 1414. 21. mit 1000. 00. und ziehe aus der erhaltenen Summe die Quadrat-Wurtzel und damit erfahre ich, wie viel Theile A bekömmt.

Will ich aber die übrigen Tone berechnen, so muß ich, doch nur ein einziges mahl, die Extraction der Cubic-Wurtzel zur Hand nehmen; solche lehret uns gedachter Herr Schlegel folgender massen:

Extractio Radicis Cubicæ.

Eine Cubic-Zahl ist eine solche Zahl, so da aus dreymahliger Satzung ihrer Wurtzel durch die Multiplication erwachsen ist, und ihren Unitäten nach in eine rechte cörperliche, oder würffelichte Figur kan gesetzet werden. e. g.

Radix soll seyn 3. Erste Satzung.
3. Andere Satzung.

9
3. Dritte Satzung.

27 ist numerus cubicus.

Eine jedwede Zahl kan ein Radix cubica seyn, aber nicht eine jedwede Zahl eine Cubic-Zahl.

Tabu-

Tabula Radicum & numeorum cubicorum.

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cubi,	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Wie extrahirt man Radicem cubicam?

Resp. Radix cubica, so sonst sehr beschwerlich zu extrahiren, wird am besten auf folgende Manier extrahiret:

I. Die vorgegebene Cubic - oder surde Zahl wird in Classen eingetheilet, und muß jede Classe 3 Zahlen haben, ausgenommen die fordere, welche auch nur von einer Zahl bestehen kan.

II. Ist nun die erste Zahl eine Cubic-Zahl, oder ein Cubus, so streiche ihn aus, und setze dessen Radicem in den Circkel; ist aber die erste Classe kein Cubus, so suche den nechst vorhergehenden kleinern Cubum, subtrahire ihn von der fordern Classe, und setze dessen Radicem in den Circkel.

III. Dieses gefundenen Radicis Quadrat triplire, so bekömmest du einen neuen Theiler zu der andern Classe. Dieses Theilers Quotienten setze in den Circkel, und dividire, und subtrahire, wie sonst in der gemeinen Division.

Erklärung dieser III. Regel.

Gesetzt: der gefundene Radix wäre 4, so wird er mit sich selbst multipliciret, und alsdenn kommt sein Quadrat, nem=

nemlich 16. Diese Zahl wird mit 3 multipliciret und alsdenn kommt ihr Triplat, nemlich 48.

IV. Des letzten Quotienten Quadrat multiplicire mit der vorhergehenden Zahl, triplire dieses Product, schreibe das Triplat unter die mitlere Zahl der andern Classe, und subtrahire es.

V. Endlich schreibe des letzten Quotienten seinen Cubum unter die hinter Zahl der andern Classe, und subtrahire ihn.

In denen folgenden Classen widerhole diese procedur, nemlich:

VI. Des gefundenen Radicis Quadrat triplire, so bekömmest du einen neuen Theiler.

Einer hat ein gevierdtes Stück Mauer, gleicher Länge, Höhe, und Breite von rechten Quadrat-Steinen aufgeführet, darein sind kommen 13824 Steine. Ist die Frage, wie viel Steine in einer Schicht, oder Reihe liegen, das ist so viel gesaget: was ist Radix cubica aus 13824? Stehet also:

13|824(2
8|

Weil die fordere Zahl keine Cubic-Zahl ist, so nahm die nechst vorhergehende Cubic-Zahl, nemlich 8; subtrahirte sie von 13, blieben 5, und setzte der 8 ihren radicem, oder 2 in den Circkel.

Nun

Nun spreche: 2 mahl 2 ist 4, und 3 mahl 4 ist 12, setze 12 unter 58, und dividire nach gemeiner Art, also:

```
    1
  5|0
 13|824 (24
  8|2
  1|
```

Nun muß die 4 mit sich selbst multipliciren, also: 4 mahl 4 ist 16. Diese 16 muß durch die vorhergehende 2 multipliciren, bekomme 32. Diese 32 muß mit 3 multipliciren, bekomme 96; solches product muß unter die mitlere Zahl des andern membri schreiben, und subtrahiren, also:

```
  1|                 4
  5|06               4
 13|824 (24        ----
  8|264             16
  1|96               2
                   ----
                    32
                     3
                   ----
                    96
```

Nun muß den letzten Quotienten, nemlich 4, cubice multipliciren, und den Cubum von dem Reste des andern membri subtrahiren, also:

```
  1|                              4
  5|06                            4
 13|824 (24 Radix cubica.       ----
  8|264                          16
  1|96                            4
                                ----
                        Cubus:   64
```

Ein

Ein großmächtiger Potentat wil ihme zu stets währendem Gedächtniß einen grossen gevierdten Cubum von eitel schönen gehauenen Werckstücken iedes Stücke oder Stein einer Ellen lang, dick, und breit, aufbauen lassen, daß zum gantzen Wercke 33076161 Steine, oder Werckstücke kommen sollen. Ist die Frage, wie viel solcher Werckstücke an eine jegliche Seite des Cubi kommen werden, das ist so viel gesagt, was ist Radix cubica aus 33076161? Resp. 321.

Kommen in einem membro lauter Nullen, so setzt man eine Null davor in den Circkel. e. g.

729|000|000(900 ist Radix cubica.

Bleibet bey einer Extraction etwas übrig, so ists eine Anzeigung, daß die vorgegebene Zahl keine juste Cubic-Zahl gewesen sey, und kan aus solcher Zahl der rechte Radix nimmermehr exacte extrahirt werden.

Will man wissen, ob der Radix etwa zu klein sey, so examinire den gefundenen Radicem also:

Multiplicire den gefundenen Radicem quadrate, zum Quadrat addire den Radicem selbst, die kommende Summ triplire und addire zum triplat 1. Wenn nun dieses triplat im Reste noch einmahl stecket, so ist der Radix zu klein, muß alsdenn die gantze operation repetirt, und der rechte Radix gesuchet werden. e. g.

Ich

Ich setze, der Zahl 64 ihr Radix cubica ist 3, so bleibet 37 übrig.

Wenn ich nun sehen will, ob 3 der gröste Radix sey, so multiplicire ich 3 quadrate, kommen 9, und addire 3 ist 12. Diese 12 triplire, kömmet 36, und addire 1, wird 37. Weil nun 37 in 37 noch einmahl stecket, so ist nicht 3, sondern 4 Radix cubica.

In Geometrischen Zahlen kan man den nähern Radicem daraus extrahiren, wenn man einmahl, zweymahl, oder mehr mahl drey Nullen bey den Rest setzet, und ferner extrahiret, doch wird der Rest immer grösser, wie in Extractione Radicis Quadratæ. e. g.

Aus 33672 Cubic-Ruthen, soll ich radicem cubicam extrahiren? Stehet also:

33|672|000 (322 ist der nähere Radix.

Die Probe geschicht, wenn man den gefundenen Radicem cubicæ multiplicirt, und den Rest (aus einer irrational-Zahle) addiret, so muß sich der vorgegebene numerus wieder stellen, wofern recht elaborirt. e. g.

Was ist Radix Cubica aus 110592? Resp. 48.

Proba:

```
   48
   48
 ----
 2304
   48
 ----
18432
 9216
------
110592 ist voriger Cubus.
```

Die

Die Proba kan auch geschehen per Abjectionem numeri novenarii, nemlich man wirfft vom numero cubico 9 weg so offt, als es geschehen kan, und setzt den Rest in ein Creutz; hernach wirfft man auch vom radice also weg, multiplicirt den Rest cubice, wirfft vom product 9 weg, und setzt den Rest unter vorigen Rest ins Creutz, sind sie einander gleich, so ists recht. e. g.

110|592 (48 Radix.

Proba:

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ \hline 9 \\ 3 \\ \hline 27 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 0 \\ \times \\ 0 \end{array}$$

Bey dem numero cubico blieb nichts, so setzte eine Null ins Creutz; bey dem Radice aber blieb 3, welche cubice multiplicirte, kam 27, worvon 9 weg warff, so blieb auch nichts, und waren also die beyden Reste einander gleich.

Schüler.

Wie mache ich mir diese Anweisung bey Berechnung der Temperatur zu Nutz?

Lehrmeister.

Wilst du wissen wie viel Theile E bekommt, wenn C 2000. 00 hat, so multiplicire 2000. 00
T mit

mit sich selbst, und was kommt mit 1000. 00, ziehe so dann aus der erhaltenen Summe die Cubic-Wurtzel, so erhältest du was du begehrest.

Oder du woltest wissen wie viel Theile Gs bekommt, so multiplicire 100000 mit sich selbst, und die kommende Zahl mit 200000, ziehe sodann aus der Summe die Cubic-Wurtzel, so erfährest du wie viel Theile Gs bekommt nemlich 1259. 92.

Bey Berechnung der übrigen Tone kanst du nun die Extraction der Quadrat-Wurtzel wieder gebrauchen. Als zwischen E und c findest du das Mittel Gs. Oder zwischen C und Gs das Mittel E.

Zwischen	C	und	E	ist das Mittel	- D
	C	und	D		- Cs
	D	und	E		- Ds
	E	und	Fs		- F
	F	und	A		- G
	Gs	und	c		- B
	B	und	c		- H

Herr Cämmerer Breitfeld hat die rational-gleiche Temperatur auf solche Art innerhalb 16000. 0000 : 8000. 0000 berechnet, und sein Calculus ist folgender:

Ratio-

Rational-gleiche Temperatur durch Extraction der Quadrat- und Cubic-Wurtzel berechnet.

		Intervalla.
C	*16000.*	
		898. 0110.
Cis	*15101. 9890.*	
		847. 6095.
D	*14254. 3795.*	
		800. 0369.
Dis	*13454. 3426.*	
		755. 1342.
E	*12699. 2084.*	
		712. 7518.
F	*11986. 4566.*	
		672. 7481.
Fs	*11313. 7085.*	
		634. 9897.
G	*10678. 7188.*	
		599. 3504.
Gis	*10079. 3684.*	
		565. 7115.
A	*9513. 6569.*	
		533. 9605.
B	*8979. 6964.*	
		503. 9916.
H	*8475. 7048.*	
		475. 7048.
c	*8000.*	
		8000. 0000.

Differentiae Intervallorum.

50.	4015.	C	-	Cs
47.	5726.	Cs	-	D
44.	9027.	D	-	Ds
42.	3824.	Ds	-	E
40.	0037.	E	-	F
37.	7584.	F	-	Fs
35.	6393.	Fs	-	G
33.	6389.	G	-	Gs
31.	7510.	Gs	-	A
29.	9689.	A	-	B
28.	2868.	B	-	H
422.	3062.	Summa different.		
475.	7048.	kleinstes Interv.		
898.	0110.	gröstes Intervall.		

Durch die Extractiones Radicum quadratarum & Cubicarum wird nun also die universal-rational gleichschwebende Temperatur, in welcher alle 12 Semitonia, 6. Toni, 4 Tertiæ minores, 3 Tertiæ majores, nebst ihren Sexten und Septimen, rational-gleich logiret seyn, aus der rechten Quelle gehohlet; es schweben dahero alle Tertiæ minores $\frac{3}{4}$ Exceß, oder wie es sonst genannt wird, $\frac{9}{12}$ Commatis tiefer, die majores aber $\frac{2}{3}$ Defect oder $\frac{8}{12}$ Commatis höher, und die Quinten $\frac{1}{12}$ Excessus oder $\frac{1}{12}$ Commatis tieffer.

Wilst du diesen Calculum auf 2000. 00 reduciren

ciren, so werden diese Zahlen mit 800 dividirt, z. E.

16000.00|00 (2000. 00.
8 |00|

Und so fort. Alsdenn siehet diese Temperatur also aus:

C	2000.	00.
Cs	1887.	74.
D	1781.	79.
Ds	1681.	79.
E	1587.	40.
F	1498.	30.
Fs	1414.	21.
G	1334.	83.
Gs	1259.	92.
A	1189.	20.
B	1122.	46.
H	1059.	46.
c	1000.	00.

Da sehen wir, daß Herrn Breitfelds und Herrn Neidhards Berechnungen in Praxi auf eins hinaus laufen. Der sehr kleine Unterschied, der ein einziges mahl ein gantzes 200000 Theil beträgt, ist wohl mit dem Verstande, keinesweges aber mit dem Gesicht, vielweniger mit dem Gehör zu bemercken.

Wohl gedachter Herr Cämmerer Breitfeld, hat die Rational-gleiche Temperatur auch per Numeros Logarithmicos berechnet, und einen grössern Logarithmum genommen, als wir oben gebraucht haben, welche zwar den Verstand etwas mehr vergnügt, dem Gehör aber will es nicht viel helffen. Ich will seinen Calculum hier beyfügen:

Herrn Cämmerer Breitfelds Berechnung der Rational-gleichen Temperatur per Numeros logarithmicos.

Unsere Temperatur stellet nichts anders vor, als eine geometrische Progression von 13 Gliedern, wovon nicht mehr als das erste = 8000. und das letzte = 16000. bekannt gegeben, will man nun die 11. Media proportionalia suchen, so ist darzu die Ration oder Übertretungs-Zahl von nöthen, welche folgendermassen gefunden wird:

Mann dividire 16000 durch 8000. und extrahire aus den Quotienten 2. die Wurtzel der 12ten Dignitæt, weil 12 Intervalla seyn, so erscheinet die Ration $1.\frac{0594631}{10000000}$ 2c. womit die Glieder, auf eine mühsame Art, hergestellet werden könten.

Allein weil die Logarithmi von solcher Eigenschafft sind, daß anstatt des multiplicirens nur addiret, anstatt des dividirens nur subtrahiret, und anstatt des extrahirens nur mit der Zahl der Dignitæt dividiret werden darff, so sind selbige mit bessern Vortheil zu gebrauchen, wie folget:

	16000.	Log.	4.	20411998265.
	8000.	Log.	3.	90308998700.
$\sqrt{}^{12}$	2.	Log.	0.	30102999565.
	$1.\frac{0594631}{10000000}$ 2c.	Log.	0.	$02508583297\frac{1}{12}$.

Womit durch beständiges addiren, alle 11. Mittel-Zahlen gefunden werden können, wie folget:

			Absolut-Zahlen.	
√12 Log.	3. 90308998700.		- 8000.	C
	0. 02508583297.	1. Zwölf-Theil.		
	3. 92817581997.	1.	- 8475.7048.	H
	0. 02508583297.	1.		
	3. 95326165294.	2.	- 8979.6964.	B
	0. 02508583297.	1.		
	3. 97834748591.	3.	- 9513.6569.	A
	0. 02508583297.	1.		
	4. 00343331888.	4.	- 10079.3684.	Gs
	0. 02508583297.	1.		
	4. 02851915185.	5.	- 10678.7188.	G
	0. 02508583297.	1.		
	4. 05360498482.	6.	- 11313.7085.	Fs
Log.	0. 02508583297.	1. Zwölf-Theil.		
	4. 07869081779.	7.	- 11986.4566.	F
	0. 02508583297.	1.		
	4. 10377665076.	8.	- 12699.2084.	E
	0. 02508583297.	1.		
	4. 12886248373.	9.	- 13454.3426.	Ds
	0. 02508583297.	1.		
	4. 15394831670.	10.	- 14254.3795.	D
	0. 02508583297.	1.		
	4. 17903414967.	11.	- 15101.9890.	Cs
	0. 02508583297.	1. Zwölf-Theil.		
	4. 20411998265.		- - 16000.	C

Mercke: Weil die Bruch-Zahlen nicht deutlich sind, hat man lieber die Zwölf-Theil in gantzen Zahlen setzen wollen.

Wer nun vorstehende Scalam, in welcher alle Intervalla gleiches Nahmens rational-gleich sind, mit der Meckenheuserischen combiniren will, der wird bey cis, d, e, f, b und h, die Differenz in denen Decimal Brüchen, wo sich Meckenheuser verstossen, gar leichtlich finden.

Dieser Verstoß gehet nun abermahl nur den Verstand, nicht aber das Gehör an. Die Dienste der Rechenkunst sollen aber nur so weit gehen daß das Gehör vergnüget werde.

Herr Breitfeld berechnet auch eine bey nahe fast rational-gleiche Temperatur durch combinirung derer Quinten und Quarten-Circul.

Quinten Circul.

Ration 3 - 2.

0.	C	16000.	0.000.
7.	Cs	14983.	0818.
2.	D	14222.	2222.
9.	Ds	13318.	2950.
4.	E	12641.	9753.
11.	F	11838.	4844.
6.	Fs	11237.	3114.
1.	G	10666.	6667.
8.	Gs	9988.	7212.
3.	A	9481.	4815.
10.	B	8878.	8633.
5.	H	8427.	9835.
12.	c	7892.	3229.

Quar-

Quarten Circul.

Ration 4:3

	C	16000.	0000.
5.	Csm	15187.	5000.
10.	Dm	14416.	2598.
3.	Dsm	13500.	0000.
8.	Em	12814.	4531.
1.	Fm	12000.	0000.
6.	Fsm	11390.	6250.
11.	Gm	10812.	1948.
4.	Gsm	10125.	0000.
9.	Am	9610.	8398.
2.	Bm	9000.	0000.
7.	Hm	8542.	9687.
12.	cm	8109.	1461.

Zwischen liegende Commata.

Cs	-	Csm	204.	4182.
D	-	Dm	194.	0376.
Ds	-	Dsm	181.	7050.
E	-	Em	172.	4778.
F	-	Fm	161.	5156.
Fs	-	Fsm	153.	3136.
G	-	Gm	145.	5281.
Gs	-	Gsm	136.	2788.
A	-	Am	129.	3583.
B	-	Bm	121.	1367.
H	-	Hm	114.	9852.

Will man nun das Cis temperiren, so muß das Comma 204. 4182 so zwischen Cis und Cs^{m} lieget, in $\frac{7}{12}$ und $\frac{5}{12}$, zerstücket, und die $\frac{7}{12}$, nemlich 119. 2439. der siebenden reinen Quinte nemlich den Cs zugesetzet, oder die $\frac{5}{12}$ nemlich 85. 1743. Der fünften reinen Quarte abgezogen werden, so kommt in beyden Fallen vor das temperirte Cis 15102. 3257.

Will man aber das temperirte D wissen, so muß der Raum zwischen D und D^{m} nemlich 194. 0376. in $\frac{2}{12}$, und $\frac{10}{12}$ zertheilet, und die $\frac{2}{12} = \frac{1}{6} =$ 32. 3396. der andern reinen Quinte, nemlich den D beygeleget, oder die $\frac{10}{12} = \frac{5}{6} =$ 161. 6980 der zehenden Quarte nemlich D^{m} abgenommen werden, da denn vor das temperirte D 14254. 5618. erscheinet.

Wenn man nun durch die gantze Octav auf solche Art procediret, so erhält man endlich folgende, von obiger universal-rational-gleichen Temperatur, nicht mercklich abweichende

Gleichschwebende Temperatur.

C	*16000.*	
Cs	*15102.*	*3257.*
D	*14254.*	*5618.*
Ds	*13454.*	*5737.*
E	*12699.*	*4679.*
F	*11986.*	*5403.*
Fs	*11313.*	*9682.*

G	10678.	7940.
Gs	10079.	5737.
A	9513.	8211.
B	8979.	8105.
H	8475.	8940.
c	8000.	

Wer Lust hat sich zu üben, kan ihm nachrechnen.

Nützliche Zugabe.

Ich habe oben, wie auch in meinem Temperatur Gespräch gedacht, daß Herr Neidhardt das *Comma ditonicum* noch nicht in völlig gleiche geometrische Theile zertheilet habe.

Herr Breitfeld verbessert diese Zertheilung, und lehret so dann wie nach Herrn Neidhardts Methode die rational-gleiche Temperatur zu berechnen ist, und zwar folgender massen:

Will einer oder der andere die rätional-gleiche Temperatur nach Herr Neidhardts Methode, welche sich auf den Defect oder Excess gründet, welchen die vermeinten Rationes entweder innerhalb oder ausserhalb der Octav verursachen, berechnen, deme zu Gefallen will hiermit sothane Defecte und Excesse geometrisch zertheilen, damit sie dessen rational-Calculum damit corrigiren können, und zwar

1.) Zwölf

1.) Zwölf Quinten, oder die Ration 3 : 2. zwölfmahl innerhalb einer Octave angebracht, bringen bekanter massen einen Excess, und sind zu hoch um das Comma ditonicum oder Boethianum 531441 : 524288.

Wird nun dieser Excess geometrice in 12. rationes getheilet, so stehet selbiger also:

	12.	524288. 00.	0.
	11.	524880. 00.	1.
	10.	525473. 00.	2.
	9.	526067. 18.	3.
Tab. A.	8.	526661. 50.	4.
	7.	527256. 50.	5.
	6.	527852. 38.	6.
	5.	528448. 50.	7.
	4.	529045. 50.	8.
	3.	529643. 66.	9.
	2.	530242. 00.	10.
	1.	530841. 00.	11.
	0.	531441. 00.	12.

Wie nun oben bey der universal-rational-egalen Temperatur, zwischen 16000 : 8000. durch Extrahirung derer Dignitäten oder durch Logarithmos 11 geometrische Mittel-Zahlen gesuchet worden, eben auf solche Art haben hier zwischen 531441 : 524288. Die 11. Media proportionalia gefunden werden müssen.

2.) Drey

2.) Drey Tertiæ majores, wenn solche nach ihrer Ration 5 : 4. nach einander folgen, sind niedriger als die Octave, um die Diesin oder Defect 128 : 125. Dessen Zerstückung stehet geometrice also:

	o.	*125. 0000.*	3.
Tab. B.	1.	*125. 9921.*	2.
	2.	*126. 9921.*	1.
	3.	*128. 0000.*	o.

Diese zwey Mittel Zahlen zwischen 128. 0000 : 125. 0000 habe durch Ausziehung derer Wurtzeln, eben also gefunden, als wie oben, bey der universal-rational-gleichen Temperatur, zwischen C : c. = 16000 : 8000. das gs und e. gesuchet worden.

3.) Hingegen vier Tertiæ minores bringen nach ihrer vermeinten Ration 6 : 5. einen Excess, und sind höher als die Octave, um die Diesin 128 : 125. + com. synt. abundd. 81 : 80. = 648 : 625.

Suchet man nun zwischen diesen zweyen Terminis 648 und 625. drey geometrische mittel proportionales, so sind selbige folgende:

	4.	*625. 0000.*	o.
Tab. C.	3.	*630. 6723.*	1.
	2.	*636. 3961.*	2.
	1.	*642. 1718.*	3.
	o.	*648. 0000.*	4.

Ob

Ob ich nun gleich nicht zweifle, es werde ein jeder der die Werckmeisterischen und Neidhardischen Schrifften gelesen hat, gar bald verstehen, wie vorstehende zerstückten Defecte und Excesse zu applicciren seyn; So will ich doch nicht ermangeln, auch hiervon eine kurtze Anleitung zu geben, und zwar

1) Wie die reinen Quinten aus der Tab. A. zu corrigen sind. Da ich denn erstlich die Quinte C : G = 3 : 2. vor die Hand nehmen will

3	:	2.	C : G. 1.
530841	:	531441.	ex Tab. A.
1592523	:	1062882.	

Soll nun diese Verhältniß auf den Grund Ton 16000. reduciret werden, so kan solches vermittelst der Regulæ Aureæ also geschehen:

1592523 : 1062882 = 16000:

Facit 10678. 7. &c.

Will man aber die zweyte Quinte D, nemlich von C angerechnet, temperiren, geschiehet es also:

3	:	2.	C : G 1.
3	:	4	G : D
9	:	8	C : D 2.
530242	:	531441.	ex Tab. A.

4772178 : 4251528 = 16000:

Facit 14254. 38.

Und

Und so wird mit allen übrigen Quinten A, E, H, Fs, Cs, Gs, Ds, B und F. verfahren.

2) Wie die 3. Tertiæ majores aus der Tab. B. zu temperiren sind:

5	:	4.	C : E 1.
128.0000	:	126.9921.	ex Tab. B.
640,0000	:	507.9684 = 16000:	

Facit 12699. 21.

Die doppelte grosse Tertia von C an, nemlich der Clavis Gis wird also temperiret:

5	:	4.	C : E. 1.
5	:	4.	E : Gis
25	:	16.	C : Gis 2.
128. 0000	:	125. 9921.	ex Tab. B.
3200. 0000	:	2015. 8736 = 16000.	

Facit 10079. 368.

3) Wie die 4. Tertiæ minores aus der Tab. C. zu temperiren sind, und zwar erstlich die einfache C : Dis.

6	:	5	C : Dis
642.1718	:	648.0000.	ex Tab. C
3853.0308	:	3240.0000 =	16000:

Facit 13454. 343.

Die doppelte Tert. C : Fis.

6	:	5.	C : Dis 1.
6	:	5.	Dis ; Fis. 2.
36	:	25.	C : Fis.
636. 3961	:	648.0000.	ex Tab. C.
22910. 2596	:	16200. 0000. =	16000:

Facit 11313. 7085.

Dann die dreyfache Tert. C : A.

6	:	5.	C : Dis 1.
6	:	5.	Dis : Fis 2.
6	:	5.	Fis : A 3.
216	:	125.	G : A.
630. 6723	:	648. 0000.	ex Tab. C
136225. 2168	:	81000.0000. =	16000:

Facit 9513. 657.

Sapienti sat.

Die-

Diesem wackern Manne müsse hiermit öffentlich Danck gesagt seyn, daß Er sich als ein Mathematicus dieser Sache so ernstlich annimmt. Er ist würdig ein Mitglied der musikalischen Societät zu seyn.

Wenn die Mathematici und Musici einander besser verstehen und kennen lernen, so wird gewiß das Aufnehmen der Musik sehr befördert werden, mehr als Herr Mattheson gemeynet hat.

Schüler.

Solte durch die Rational-Rechnung nicht die Ursache: Warum die in gerader Bewegung aufeinander folgende Quinten und Octaven nicht wohl klingen: können angezeiget werden?

Lehrmeister.

Durch nichts anders, wie solches meine dieserwegen verfertigte Schrifft:

Das Gesetz der Natur in Absicht auf die Folge der harmonischen Sätze,

deutlich zu Tage legen wird, dahin ich dich verweise.

Schüler.

Darff ich mir nicht einen kleinen Vorschmack davon ausbitten.

Lehrmeister.

Habe noch eine kleine Gedult; ich hoffe daß diese Schrifft mit ehesten, so GOtt will, das Licht sehen wird. Solche wird beweisen, daß die Rechenkunst der Musik nicht nur bey Berechnung der Temperatur, sondern auch in der musikalischen Composition vortrefliche Dienste thun kan. Ich kan mich allhier in diese Sache nicht einlassen, sondern eile zum Beschluß dieses Buchs.

Derjenige ist allerdings glücklich zu schätzen, welcher in seiner Jugend zu denen mathematischen Wissenschafften angewiesen wird. Meines Orts habe die logarithmische Rechenkunst erst in meinem 46sten Jahre gelernet, und zwar auf Veranlassung des Meckenheuserischen Tractats. Wenn ich aber die nach logarithmischer Art berechnete Temperatur gegen meine obige erste, bey welcher das Comma synt. in 11. arithmetische Theile vertheilet, und denen Quinten nach und nach abgezogen wurde, halte; so lauffen sie in Praxi auf eins hinaus, weil die Differentz sehr gering ist. Mit rechnen ists nun aber alleine nicht ausgerichtet, sondern man muß auch accurat messen und NB. hören lernen.

Wenn wir heutiges Tages noch viele hätten, die wie D. Lippius, Superintendent Calvœr, Doct. Neus, Hofrath Hensling, Prälat Fridericus, und unter denen Musicis wie Clavisius, Prætorius, Werckmeister, Neidhardt ꝛc. gesinnet wären, so solte die verbesserte Temperatur bald bekannter, und mehr eingeführet werden. Noch besser wäre

es

es, wenn wir in Deutschland eine Academie hätten, da die zur Musik gehörigen Wissenschafften in besonderer Absicht auf das Aufnehmen der Musik getrieben würden. Was die Societät der musikalischen Wissenschafften betrifft, so glaube wohl, daß die Glieder derselben den Punct der Temperatur mit mir beherzigen, wie auch in den vielen übrigen Stücken keinen Fleiß sparen werden, allein es scheinet doch noch am besten zu fehlen, worüber ich mich allhier nicht deutlich heraus lassen darff.

Ich ermahne demnach die Herren Organisten, so es vonnöthen haben, diese Sache nicht als so was schlechtes anzusehen, sondern den Unterschied der Tonarten auf ihren Wercken wohl zu prüfen. Finden sie, daß die Triades Fs Ais Cs, H Ds Fs, Cs Eis Gs, und sonderlich bA C bE, so gar scharff, hergegen bE bG bH, bH bD F und F bA c so gar stumpf klingen, so können sie sicherlich glauben, daß ihre Temperatur nichts tauge, und zu heutiger Praxi ungeschickt sey. Wie sie zu verbessern, habe in meinem Gespräch von der Temperatur vom Jahr 1748. deutlich gezeiget. Die Sache betrifft GOttes Ehre und der Menschen Wohlgefallen, ist also wichtig genug.

Ich beschliesse dieses Buch mit dem Worten des HErrn Capellmeister Neidhardts in Sect. Can. p. 36.

„GOtt erwecke auch in dieser Wissenschafft
„solche Gemüther, welche Seiner Weisheit
„und Wahrheit immer kindlicher nachden-
„cken, sich dabey das Gold, welches der
„höchst-sündlichen Prostitution der keuschen
„Harmonie, heutiges Tages, mehr als zu
„reichlich zugewogen wird, nicht im geringsten
„blenden lassen, und des Canonis infiniti, in
„dem mit Millionen Stimmen besetzten Chore
„seiner Auserwehlten, mit unaus-
„sprechlichen Freuden er-
„warten!

E N D E.

Ode:

An die zum Theil eigensinnigen Orgel- und Instrumentmacher und Stimmer.

1.

Ihr Meister! jenes Instruments das man die Orgel nennet,
Hört doch wie greulich es aus manchem Tone klingt.
Ein jeder der die Lieblichkeit der Harmonien kennet
Hat Abscheu und Verdruß, der ihn zum weggehn zwingt.
So offt nur ^{b}a c ^{b}e ertönt,
Wird eure schöne Kunst verhöhnt.

2.

Die reine Stimmung nur allein gibt einem Werck das Leben;
Ein eintzger falscher Ton verderbt das gantze Spiel.
Wollt ihr aus puren Eigensinn noch ferner widerstreben,
So irret ihr gar sehr und treffet nicht zum Ziel.
Ey! hört doch was Apollo spricht:
Ihr trefft das rechte Fleckgen nicht.

3.

Vor Alters giengs ja wohl noch an wie ihr zu stimmen pfleget,
Allein die heutge Welt sieht es nun besser ein.
Sie weiß daß eine grosse Tertz ein bisgen mehr verträget,
Als ihr die achte macht, die euch die liebsten seyn.
Vier aber macht ihr gar zu scharff,
Der man doch auch so offt bedarff.

4.

Hört doch! klingt nicht ba c und be als wie der Wölffe Heulen?
Die Quinte gs und ds liegt an dem Fieber krank.
Sie schwebt ja greulich über sich! weg mit den garstgen Queulen!
Sie gleicht in Wahrheit ja dem herbsten Gallen-Tranck.
Apollo macht ein krummes Maul,
Denn F moll klingt ihm gar zu faul.

5.

Die Componisten setzen ja viel Stücke aus dem Tone
Den man B dur benennt, der auch recht lieblich klingt:
Die Orgel wird da transponirt, der Harmonie zum Hohne,
Ob der im bA begrabne Hund gleich garstig stinckt.
Geh weg, mein Freund! komm ihm nicht nah,
Sing lieber ein ut re mi fa.

6. Hat

6.

Hat Neidhardt euch noch nicht bekehrt, laßt dieses Buch euch lehren;
Werfft die Mensuren weg, die euch der Meister gab!
Man muß sich länger nicht an falsche Lehren kehren;
Greifft mit behertzten Muth nach dem verjüngten Stab!
Frau Ratio will bey Euch stehn,
Und eure schöne Kunst erhöhn.

An die Lehr-begierige Jugend.

7.

Ihr jungen Leutgen die ihr Euch der edlen Ton-Kunst weyhet,
Bedient Euch dieses Buchs mit rechten Ernst und Fleiß.
Die reine Harmonie wird Euch darinn recht vorgekäuet,
Es lehrt Euch manches Guts, daß nicht ein jeder weiß.
Ihr tragt so dann zu euren Lohn
Viel Ehre, Ruhm und Glück davon.

Emendanda.

Pag. 6. §. 11. Lin. 2. daß es mancher, statt mancher.

9. L. 13. etwan, statt etwas.

17. L. 14. mache, statt manche.

75. L. 12. die, statt dir, und L. 13. vertragen, statt vertragen.

80. L. 3. Ais, statt As.

109. L. 2. der grosse halbe Ton, statt der grosse Ton.

128. L. 24. muß es heissen: Ich wolte z. E: c - e - g aneinander hängen, und dem c 180. zueignen, so mache ichs also: 5. gibt 4. was gibt 180? Antw. 144. Weiter: 6. giebt 5. was giebt 144? Antwort 120.

121. L. 5. deren, statt derer. Item L. 6. 12, statt 13.

210. L. 23. und 25. in einigen Exemplaren Sept, statt Sext.

225. müssen die Differential-Zahlen nach dem Striche etwas höher stehen, als z. E: $200\frac{3}{8}$ ist die Differentz der Absolut-Zahlen zwischen C und bbD. u. s. w. aufwerts.

227. L. 20. Eis, statt Gs. Item in der Anm. beym Gs. L. 4. thue, statt thun.

230. L. 23. C, statt G.

237. L. 4. Harmonie, statt Harmonio.

241. muß der Logarihmus zu 212. 2. 32633 seyn.

268. L. 20. muß das c nach E ein C seyn.

272. L. 5. streiche das Wort nicht aus.

208. in der letzten Linie ratione, statt rationale.

182. L. 15. Seite, statt Saite.

284. L. 1. numerorum statt numeorum.

285. L. 9. hintere statt hinter.

288. L. 19. cubicè, statt cubicæ.

Neue Clavier-Sachen.

I. Mit diesem Buche sind fast zu gleicher Zeit aus der Presse gekommen; III. Sonaten vor die Orgel und Clavier, welche Herr Organist Schmid in Nürnberg verlegt. Der Preiß ist 8. ggl. Wie auch:

II. 24. Vorspiele vor bekannten Choral-Gesängen in 3stimmiger Harmonie gesetzt, welche so wohl auf der Orgel als bey der Information nützlich zu gebrauchen. Der Preiß ist 6. ggl. 8. pf.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Sorge, Georg Andreas,

Ausführliche und deutliche Anweisung zur Rational-Rechnung ... des Monochords

Lobenstein 1749

Mus.th. 3234
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10599529-8
VD18 10255648-006